

Érdeklődőknek 2.

1. Hány olyan 3-mal osztható hatjegyű természetes szám van (a tízes számrendszerben), amelyben nincs 2-nél nagyobb számjegy?

2. Az első tíz pozitív egész szám közül kiválasztottunk hatot. Bizonyítsa be, hogy van olyan 1-nél nagyobb négyzetszám, amely osztója a szorzatuknak!

3. Jelölje \mathbb{P} a prímszámok halmazát! Legyen $f: \mathbb{P} \rightarrow \mathbb{R} \ x \mapsto \left\{ \frac{x^2 - 1}{24} \right\}$, ahol $\{z\}$ a z szám törtrészét jelöli (azaz $\{z\} = z - [z]$ és $[z]$ a z egész része, vagyis az a legnagyobb egész szám, amely z -nél nem nagyobb)! Mi az f függvény értékkészlete?

4. Van-e olyan x egész szám, amelyre:

$$2010 + 2009x + 2008x^2 + 2007x^3 + \dots + 3x^{2007} + 2x^{2008} + x^{2009} = 0?$$

5. Mennyi a $\sqrt{x^2 + (y - 1608)^2} + \sqrt{y^2 + (x - 1206)^2}$ kifejezés legkisebb értéke, ha x és y valós számok?