Magasabbrendű számtani sorozatok, Pascal-háromszög

Tasi Zsuzsanna

2017. szeptember

Megismert módszereink birtokában újabb sorozatok képletét is megalkothatjuk.

1. Feladat

Meghatároztuk az első n pozitív egész szám összegét! Igazold a képletet teljes indukcióval!

2. Feladat

Bizonyítsd be teljes indukcióval, hogy az első n pozitív egész szám négyzetének összege: $\frac{n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)}{6}$

3. Feladat

Keress zárt képletet az első n pozitív egész szám köbének összegére! Igazold a képletet teljes indukcióval!

4. Feladat

Keresd meg a bizonyításban a hibát!

Állítás: Minden ló egyforma színű. A bizonyítást teljes indukcióval végezzük. Jelentse $L(n)$, $n \in \mathbb{N}^+$, azt az állítást, hogy "minden n-elemű, lovakból álló halmazban a lovak színe egyforma"! (n pozitív egész)

(1) $n = 1$-re $L(1)$ igaz, hiszen minden 1 lóból álló halmazban a lovak színe egyforma.
(2) Legyen $k \in N^+$ egy olyan, amelyre $L(k)$ igaz! (Azaz "minden k-elemű lóhalmazban a lovak egyszínűek".)
(3)Nézzük a dolgot$(k+1)$-re!
Legyen $\{l_1, l_2, \ldots l_k, l_{k+1}\}$ egy lovakból álló $(k+1)$-elemű tetszőleges halmaz! Megmutatjuk, hogy ebben a lovak színe egyforma.
Tekintsük az $\{l_1, l_2, \ldots l_k\}$, lovakból álló k-elemű halmazt! Az indukciós feltevés szerint $L(k)$ igaz, tehát ebben a lovak színe egyforma. Tekintsük most az $\{l_2, l_3, \ldots l_{+1}\}$ lovakból álló, szintén k-elemű halmazt! Az indukciós feltevés szerint $L(k)$ igaz ("minden k-elemű halmazban a lovak színe egyforma") - tehát ebben a lovak színe egyforma.
A két halmaz középső része átfedi egymást, azok egyforma színűek l_1-gyel és l_{k+1}-gyel is, tehát mind a $(k+1)$ ló azonos színű. Ezzel az állítást igazoltuk $(k+1)$-re, a bizonyítást befejeztük.
A világ összes lova is egy véges n-elemű lóhalmaz, kimondhatjuk az állítást: Minden ló egyforma színű.

Mi a hiba?