

# Sorozatok bevezetése, megadása, teljes indukció

Tasi Zsuzsanna

Megismertük a sorozat fogalmát, a különféle megadási módokat, a teljes indukció módszerét. Láttunk példát rekurzióra (Hanoi tornyai, Fibonacci-számok), képletet kerestünk, bizonyítottuk a megsejtett képletet teljes indukcióval.

## 1. Feladat

Igazold, hogy  $\forall n \in \mathbb{N}$  esetén  $9|7^n + 3n - 1$  kifejezésnek!

## 2. Feladat

Igazold, hogy  $\forall n \in \mathbb{N}^+$  esetén  $27|10^n + 18n - 1$  kifejezésnek!

## 3. Feladat

Igazold, hogy  $\forall n \in \mathbb{N}^+$  esetén  $7|5 \cdot 9^{n-1} + 2^{4n-3}$  kifejezésnek!

## 4. Feladat

Egy sorozat rekurziója:  $a_0 = 0; a_1 = 1$  és tudjuk még, hogy  $a_n = 9 \cdot a_{n-1} - 20 \cdot a_{n-2} \forall n \in \mathbb{N}^+ n \geq 2$   
Írd fel a sorozat következő három elemét! Látszódjon, hogyan számoltál!

Bizonyítsd be teljes indukcióval, hogy a sorozat képlete:  $a_n = 5^n - 4^n \forall n \in \mathbb{N}$

## 5. Feladat

Egy sorozat rekurziója:  $a_0 = 3; a_1 = 17$  és tudjuk még, hogy  $a_{n+1} = 12 \cdot a_n - 35 \cdot a_{n-1} \forall n \in \mathbb{N}^+ n \geq 1$   
Írd fel a sorozat következő három elemét! Látszódjon, hogyan számoltál!

Bizonyítsd be teljes indukcióval, hogy a sorozat képlete:  $a_n = 2 \cdot 5^n + 7^n \forall n \in \mathbb{N}$

## 6. Feladat

Bizonyítsd be, hogy a  $133|11^{n+1} + 12^{2n-1}$  ( $n$  pozitív egész)

## 7. Feladat

Bizonyítsd be, hogy a  $18|2^{2n} + 24n - 10$  ( $n$  pozitív egész)

## 8. Feladat

Bizonyítsd be, hogy bármely pozitív egész számra igaz a következő egyenlőtlenség :  $2n - 1 < 2^n$

## 9. Feladat

Bizonyítsd be, hogy:  $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} = \frac{n}{n+1}$  ( $n$  pozitív egész)