

Nevezetes közepek „Ravaszabb példák”

1. Határozzuk meg az ab szorzat maximumát, ha $a > 0$ és $b > 0$ és $5a + 7b = 1$. Mekkora ebben az esetben az a és a b értéke?
2. Legyenek a, b, c valós pozitív számok. Bizonyítsd be, hogy $\frac{b \cdot c}{a} + \frac{a \cdot c}{b} + \frac{a \cdot b}{c} \geq a + b + c$
3. Egy téglatest egy csúcsból kiinduló élei mérőszámának összege 45. Legfeljebb mekkora lehet a téglatest térfogata?
4. Határozzuk meg annak a 60 egységnyi kerületű téglalapnak területét, amelynek az átlói a lehető legrövidebbek.
5. Legyenek a, b és c $\left(-\frac{1}{2}\right)$ -nél nagyobb számok, és $a + b + c = 1$. Határozd meg az $\sqrt{2a+1} + \sqrt{2b+1} + \sqrt{2c+1}$ kifejezés maximumát!
6. Azok közül a téglatestek közül, amelyek térfogata a felszínük kétszerese, melyiknek legkisebb a térfogata?

Nevezetes középértékek és tételek több szám esetén

Számtani közép:

n darab pozitív szám számtani közepe a számok összegének és az n számnak a hányadosa:

$$A = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \quad (a_1, a_2, \dots, a_n > 0)$$

Mértani közép:

n darab pozitív szám mértani közepe a számok szorzatának n -edik gyöke:

$$G = \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n} \quad (a_1, a_2, \dots, a_n > 0)$$

A számtani és négyzetes közepek közti egyenlőtlenség

Állítás: $0 < a_1, \dots, a_n$ számok esetén $\frac{a_1 + \dots + a_n}{n} \leq \sqrt{\frac{a_1^2 + \dots + a_n^2}{n}}$.