

Tematikus ismételés

1. Trigonometrikus kifejezések, egyenletek, egyenlőtlenségek
2. Vektorok, koordináta-geometria (Egyenes, kör, parabola, egyéb kúpszeletek)
3. Sík-, és térgeometria
4. Sorozatok (Számítási, mértani sorozat, mértani sor)
5. Határérték- és differenciálszámítás, integrálás

1. Trigonometrikus kifejezések, egyenletek, egyenlőtlenségek

a. Hozd egyszerűbb alakra a következő kifejezéseket!

$$\frac{\cos 3\alpha + \cos \alpha}{2 \cdot \cos^3 \alpha - \sin \alpha \cdot \sin 2\alpha}$$

$$\frac{\sin 3a + \sin a}{\sin 2a \cdot \cos a} = 2$$

b. Számológép, és táblázat használata nélkül igazold, hogy

$$a. \cos 12^\circ \cdot \cos 24^\circ \cdot \cos 36^\circ \cdot \cos 48^\circ \cdot \cos 60^\circ \cdot \cos 72^\circ \cdot \cos 84^\circ = \left(\frac{1}{2}\right)^7$$

$$b. \sin 50^\circ - \sin 70^\circ + \sin 10^\circ = 0$$

$$c. \sin^2 36^\circ - \sin^2 18^\circ = \frac{1}{4}$$

c. A valós számoknak melyik az a legbővebb részhalmaza, ahol a következő kifejezés értelmezhető?

$$\frac{1}{\sin \frac{\pi x}{2} \cdot \cos \frac{\pi x}{2}}$$

d. Az alábbi kifejezések között hány olyan van, amely minden valós számra értelmezhető?

$$a. \lg \sin \left(\frac{1 + \cos^2 x}{2} \right); \quad b. \sqrt{1 - \operatorname{tg}^2 x}; \quad c. \sqrt{2 - \cos^2(x - \pi)}; \quad d. \operatorname{tg} \frac{1}{1 + x^2}; \quad e. \operatorname{ctg} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$$

e. Oldalai és szögei szerint milyen az a háromszög, amelynek szögeire teljesül a

$$(\sin \alpha - \cos \beta)^2 + (\sqrt{3} \cdot \operatorname{tg} \beta - 1)^2 = 0 \text{ összefüggés?}$$

f. Oldd meg a következő trigonometrikus egyenleteket a valós számok halmazán!

$$a. 2 \cos(\pi x) = \sqrt{3} \quad b. \sin 2x = \sqrt{3} \cdot \sin x \quad c. 7^{\cos(\sin x)} = \sqrt{7} \quad d. 3^{\sin^2 x} = \cos x$$

$$e. \sin^2 x + (1 - \sqrt{3}) \cdot \sin x \cdot \cos x = \sqrt{3} \cdot \cos^2 x \quad f. \sin 2x + \cos 2x = \sqrt{2}$$

$$g. (\sin 5x + \cos 5x)^2 = \sin x - \cos \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \quad h. \sin x + \sin 3x = \sin 2x$$

g. Oldd meg a következő egyenlőtlenségeket a valós számok halmazán!

$$a. \sqrt{2} \sin \frac{x}{2} \geq 1 \quad b. \sqrt{3} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\pi x - 2\pi}{6} \geq 1 \quad c. \operatorname{tg}^2 \left(x - \frac{\pi}{4} \right) \leq 3 \quad d. \sqrt{3} \cdot \cos x - \sin x \geq 2$$