

MATEMATIKA ÉRETTSÉGI TÍPUSFELADATOK KÖZÉP SZINT

Exponenciális és Logaritmusos feladatok

- 1) Oldja meg az alábbi egyenleteket!
 - a) $\log_3(\sqrt{x+1}+1) = 2$, ahol x valós szám és $x > -1$ (6 pont)
 - b) $2\cos^2 x = 4 - 5\sin x$, ahol x tetszőleges forgásszöget jelöl (11 pont)
- 2) Mekkora x értéke, ha $\lg x = \lg 3 + \lg 25$? (2 pont)
- 3) Oldja meg a következő egyenleteket:
 - a) $9^x - 2 \cdot 3^x - 3 = 0$ (6 pont)
 - b) $\sin^2 x = 2\sin x + 3$ (6 pont)
- 4) Adott a következő egyenletrendszer:
 - (1) $2\lg(y+1) = \lg(x+11)$
 - (2) $y = 2x$
 - a) Ábrázolja derékszögű koordináta-rendszerben azokat a $P(x; y)$ pontokat, amelyeknek koordinátái kielégítik a (2) egyenletet! (2 pont)
 - b) Milyen x , illetve y valós számokra értelmezhető mindkét egyenlet? (2 pont)
 - c) Oldja meg az egyenletrendszert a valós számpárok halmazán! (11 pont)
 - d) Jelölje meg az egyenletrendszer megoldáshalmazát az a) kérdéshez használt derékszögű koordináta-rendszerben! (2 pont)
- 5) Oldja meg a pozitív valós számok halmazán a $\log_{16} x = -\frac{1}{2}$ egyenletet! Jelölje a megadott számegyenesen az egyenlet megoldását! (3 pont)
- 6) Melyik a nagyobb: $A = \frac{\sin 7\pi}{2}$ vagy $B = \log_2 \frac{1}{4}$? (Írja a megfelelő relációs jelet a válaszmezőbe! Válaszát indokolja!) (2 pont)
- 7) Adja meg a $\lg x^2 = 2\lg x$ egyenlet megoldáshalmazát! (2 pont)
- 8)
 - a) Mely pozitív egész számokra igaz a következő egyenlőtlenség?
 $5^{x-2} < 5^{13-2x}$ (4 pont)
 - b) Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet!
 $9^{\sqrt{x}} < 3^{x-3}$ (8 pont)
- 9) Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenleteket!
 - a) $\lg(x+15)^2 - \lg(3x+5) = \lg 20$ (6 pont)
 - b) $25^{\sqrt{x}} < 5 \cdot 5^{\sqrt[3]{x}}$ (6 pont)

10) Határozza meg az alábbi egyenletek valós megoldásait!

a) $(\log_2 x - 3) \cdot (\log_2 x^2 + 6) = 0$ (7 pont)

b) $\sin^2\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{4}$ (10 pont)

11) Adja meg a $\log_3 81$ kifejezés pontos értékét! (2 pont)

12) Mennyi az $\left(\frac{1}{5}\right)^{2x}$ kifejezés értéke, ha $x = -1$? (2 pont)

13) Az a , b és c tetszőleges pozitív valós számokat jelölnek. Tudjuk, hogy

$$\lg x = 3 \lg a - \lg b + \frac{1}{2} \lg c$$

Válassza ki, hogy melyik kifejezés adja meg helyesen x értékét! (3 pont)

A: $x = \frac{3a}{b} + \frac{1}{2}c$

B: $x = a^3 - b + \sqrt{c}$

C: $x = \frac{a^3}{b \cdot \sqrt{c}}$

D: $x = \frac{a^3 \cdot c^{-1}}{b}$

E: $x = a^3 - b\sqrt{c}$

F: $x = \frac{a^3 \cdot \sqrt{c}}{b}$

G: $x = \frac{a^3 \cdot \frac{1}{c}}{b}$

14) A b , c és d pozitív számokat jelölnek. Tudjuk, hogy $\lg b = \frac{\lg c - \lg d}{3}$.

Fejezze ki az egyenlőségből b -t úgy, hogy abban c és d logaritmusai ne szerepeljen! (2 pont)

15) Melyik szám nagyobb?

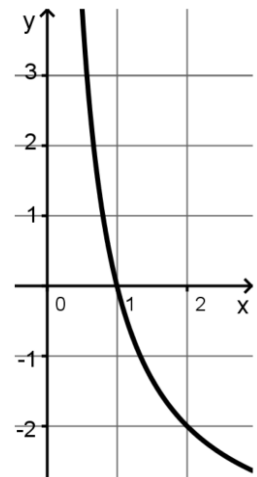
A = $\lg \frac{1}{10}$, vagy B = $\cos 8\pi$ (2 pont)

16) István az $x \mapsto \log_{\frac{1}{2}} x (x > 0)$ függvény grafikonját akarta

felvázolni, de ez nem sikerült neki, több hibát is elkövetett (a hibás vázlat látható a mellékelt ábrán).

Döntse el, hogy melyik igaz az alábbi állítások közül!

- a) István rajzában hiba az, hogy a vázolt függvény szigorúan monoton csökkenő.
b) István rajzában hiba az, hogy a vázolt függvény 2-höz -2-t rendel.
c) István rajzában hiba az, hogy a vázolt függvény zérushelye 1. (2 pont)



17) Adja meg azokat az x valós számokat, melyekre teljesül: $\log_2 x^2 = 4$. Válaszát indokolja! (3 pont)

18) Oldja meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!

- a) $5^{x+1} + 5^{x+2} = 30$ (5 pont)
b) $\frac{3}{x} - \frac{2}{x+2}$, ahol $x \neq 0$ és $x \neq -2$ (7 pont)

19)

- a) Oldja meg a valós számok halmazán az $\frac{x+2}{3-x} \geq 0$ egyenlőtlenséget! (7 pont)
b) Adja meg az x négy tizedesjegyre kerekített értékét, ha $4 \cdot 3^x + 3^x = 20$. (4 pont)
c) Oldja meg a $2\cos^2 x + 3\cos x - 2 = 0$ egyenletet a $[-\pi; \pi]$ alaphalmazon. (6 pont)

20) Melyik az az x természetes szám, amelyre $\log_3 81 = x$? (2 pont)

21) Oldja meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!

- a) $\frac{x-1}{2} + \frac{2x}{5} = 4$ (5 pont)
b) $\lg(x-1) + \lg 4 = 2$ (7 pont)

22) Az alábbi három kifejezés mindegyike esetén adja meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a kifejezés értelmezhető!

- a) $\cos(\log_2 \sqrt{x})$ (3 pont)
b) $\sqrt{\log_2(\cos x)}$ (5 pont)
c) $\log_{\sqrt{x}}(\cos^2 x)$ (5 pont)