Középszintű feladatsor Beadási határidő: 2020. márc. 22. (vasárnap éjfél)

A feladatokat rendezetten (!) dolgozzátok ki egy füzetbe, vagy fehér lapra. Elég csak a példák sorszámát és a megoldást leírni. A befotózott oldalakat jellemző névvel lássátok el. pl: *bolyki_marc_16_matek_1_oldal.jpg stb…* és töltsétek fel a Google Classroom felületre. Ha valami miatt ez nem megy küldjétek el emailben. tasizsuzsa@deakteri.hu

Kérlek benneteket mind a 18 feladatot próbáljátok megoldani. Ha elküldtétek, kirakom a weblapra is a megoldásokat, ne keresgessétek, inkább nézzetek az anyagnak utána, és próbálkozzatok.

1. Egy osztályban 35 tanuló van. A fiúk és a lányok számának aránya 3:4.
Hány fiú van az osztályban?

2 pont

2. Melyik x valós számra teljesül a következő egyenlőség?

$$2^{\frac{x}{2}} = \sqrt{2}$$

2 pont

3. A valós számokon értelmezett függvény hozzárendelési utasítása: $x \mapsto -2x + 4$.

a) Állapítsa meg, hogy hol metszi a függvény grafikonja a derékszögű koordinátarendszer y tengelyét!

b) Melyik számhoz rendeli a függvény a 6 függvényértéket?

3 pont

4. Egy dolgozatra a tanulók a nevük helyett az A, B és C betűkből alkotott hárombetűs kódokat írták fel AAA-tól CCC-ig. Minden lehetséges kódot kiosztottak és nem volt két azonos kódú tanuló.
Hány tanuló írta meg a dolgozatot?

2 pont

5. Adja meg az alábbi hétpontú gráfban a csúcsok fokszámának összegét!

2 pont

6. Legyenek az A halmaz elemei azok a nem negatív egész számok, amelyekre a $\sqrt{5-x}$ kifejezés értelmezhető. Sorolja fel az A halmaz elemeit!
Megoldását részletezze!

3 pont

7. Egy kör sugara 3 cm. Számítsa ki ebben a körben a 270 fokos középponti szöghöz tartozó körcikk területét!
Megoldását részletezze!

3 pont

8. Egy dolgozat értékelésének eloszlását mutatja a következő táblázat:

osztályzat	1	2	3	4	5
gyakoriság	0	2	7	8	3

Határozza meg az egyes osztályzatok előfordulásának relatív gyakoriságát!

2 pont

9. Döntse el az alábbi állítások mindegyikéről, hogy igaz vagy hamis!

A) Ha egy mértani sorozat első tagja (–2) és harmadik tagja (–8), akkor második tagja 4 vagy (–4).
B) A szabályos háromszög középpontosan szimmetrikus alakzat.
C) Ha egy négyszög minden oldala egyenlő, akkor ez a négyszög paralelogramma.

3 pont

10. Mekkora a 7 cm élű kocka köré írható gömbnek a sugara? Válaszát egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!

2 pont

11. Adott a valós számok halmazán értelmezett $x \mapsto |x-2|-4$ függvény.
Mennyi a függvény minimumának értéke?

A: (– 2) B: (– 4) C: 2 D: 0 E: (– 6)

2 pont

12. Az $ABCD$ rombusz egy oldala 6 cm hosszú, a BCD szög 120°.
Mekkora a rombusz AC átlója?
Válaszát indokolja!

3 pont

Második rész

13. **a)** Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán:

$$\log_3(7x+18)-\log_3 x=2$$

b) Oldja meg a következő egyenletet a $[0;2\pi]$ zárt intervallumon:

$$2\cos^2 x = 7\cos x + 4$$

12 pont

14. A Matematika Határok Nélkül versenyre a középiskolák 9. osztályai jelentkezhetnek. A versenyen résztvevő minden osztály ugyanabban az időben, ugyanazt a feladatsort oldja meg. Az alábbi táblázat 28 osztálynak a versenyen elért eredményét tartalmazza.

Elért pontszám:	83	76	69	67	65	61	60	58	56	55
Gyakoriság:	2	4	2	2	4	3	2	4	4	1

a) Számítsa ki, hogy eltér-e egymástól legalább 1 ponttal a pontszámok átlaga és mediánja!

„Kiváló" minősítést érdemelnek, akik 70 vagy annál több pontot értek el a versenyen, „Nagyon jó"-t, akik 60 vagy annál több, de 70-nél kevesebb pontot, és „Jó" minősítést kapnak, akik 50 vagy annál több, de 60-nál kevesebb pontot szereztek.

b) A megadott táblázat adatainak felhasználásával ábrázolja a három minősítés gyakoriságát oszlopdiagramon!

A versenyszervezők a táblázatban felsorolt 28 osztály dolgozatai közül a hat legjobban sikerült dolgozat javítását ellenőrzik. Ezt a hat dolgozatot véletlenszerű sorrendben egymásra helyezik.

c) Mekkora a valószínűsége annak, hogy legfelül 83 pontos, közvetlenül alatta pedig 76 pontos dolgozat fekszik?

12 pont

15. A koordináta-rendszerben adottak az $A(8; 9)$ és a $B(12; 1)$ koordinátájú pontok, továbbá egy origó középpontú, 5 egység sugarú k kör, és az e egyenes, amely az $E\ (4;3)$ pontban érinti a k kört.

a) Számítsa ki az A és B pontok távolságát!

b) Határozza meg az e egyenes egyenletét!

Az f egyenes áthalad az adott A és B pontokon.

c) Számítsa ki az e és az f egyenes metszéspontjának koordinátáit!

12 pont

16. Egy cirkuszi sátor egy forgáshenger palástjából és egy erre illeszkedő forgáskúp palástjából áll. A henger és a kúp alapkörének a sugara egyaránt 18 méter. A sátor teljes magassága 10 méter, oldalfalának magassága 4 méter.
Egy biztonsági előírás alapján az ilyen típusú sátorban a maximális nézőszámot úgy határozzák meg, hogy egy nézőre legalább 6 m^3 légtér jusson. (A teljes légtér nagyságát a sátor üres állapotában kell kiszámítani.)

a) Mekkora a maximális nézőszám ebben a sátorban?

A cirkusz igazgatója úgy dönt, hogy 1000 fizető nézőt engednek be az előadásra. Egy felnőttjegy 800 Ft-ba, a gyerekjegy ennél 25%-kal kevesebbe kerül. Az előadás utáni elszámolásnál kiderül, hogy az 1000 jegy eladásából összesen 665 800 Ft bevétele volt a pénztárnak.

b) Hány gyerek- és hány felnőttjegyet adtak el erre az előadásra?

A cirkusz egyik produkciójában 10 artista négyszintes ember-piramist alkot a porond bejáratának háttal állva. A földön négyen állnak egymás mellett, rajtuk hárman, aztán ketten, legfelül pedig egy ember áll. Minden artistánál adott, hogy melyik szinten áll, de az egyes szinteken az artisták sorrendje tetszőleges.

c) Hányféleképpen állhat fel az ember-piramis?

17 pont

17. Tekintsük mindazoknak a pozitív egész számoknak a növekvő sorozatát, melyek 3-mal osztva 2 maradékot adnak.
A sorozat első tagja a legkisebb ilyen tulajdonságú szám.

a) Melyik ennek a sorozatnak a 25. tagja?

b) A sorozat első n tagjának az összege 8475. Határozza meg n értékét!

c) Hány háromjegyű, 5-tel osztható tagja van a sorozatnak?

17 pont

18. Egy érettségi előtt álló 32 fős osztály a ballagásra készül.
A ballagási meghívó színéről szavazáson döntöttek, melyen minden tanuló részt vett. A szavazólapon három szín (sárga, fehér, bordó) szerepelt, ezek közül mindenki egyet vagy kettőt jelölhetett meg. A két színt választók közül a sárgát és a fehéret 4-en, a fehéret és a bordót 3-an választották. A sárgát és a bordót együtt senki nem jelölte meg. A szavazatok összeszámolása után kiderült, hogy mindegyik szín ugyanannyi szavazatot kapott.

a) Mennyi annak valószínűsége, hogy az osztályból egy diákot véletlenszerűen kiválasztva, az illető csak egy színt jelölt meg a szavazólapon?

b) Hány olyan diák volt, aki csak a fehér színt jelölte meg a szavazólapon?

Az egyik tizenegyedikes diáknak 7 barátja van a ballagók között: 5 fiú és 2 lány. Ez a diák három barátjától egy-egy szál rózsával kíván elbúcsúzni. Úgy szeretné kiosztani a három szál rózsát barátai között, hogy fiú és lány is kapjon, és minden kiválasztott egyet-egyet.

c) Hányféleképpen választhatja ki – a fenti feltételek teljesítésével – hét barátja közül azt a hármat, akinek ad virágot?

17 pont