

MATEMATIKA ÉRETTSÉGI TÍPUSFELADATOK EMELT SZINT

Paraméter

- 1) Tekintsük a valós számokon értelmezett $f(x) = (p-3,5)x^2 + 2(p-2)x + 6$ függvényt, ahol p tetszőleges valós paraméter!
- a) Mutassa meg, hogy tetszőleges p érték mellett az $x = -2$ zérushelye a függvénynek! (2 pont)
- b) Milyen p érték esetén lesz a függvény másik zérushelye 1-nél nagyobb? (14 pont)
- 2)
- a) Ábrázolja derékszögű koordinátarendszerben az $f : [0; 7] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = |x^2 - 6x + 5|$ függvényt! (4 pont)
- b) Adja meg az f függvény értékkészletét! (2 pont)
- c) A p valós paraméter értékétől függően hány megoldása van az $|x^2 - 6x + 5| = p$ egyenletnek a $[0; 7]$ intervallumon? (8 pont)
- 3) A „TOJÁS” farmon átlagosan 10000 tyúkot tartanak. Ezek egy év alatt mintegy 2,20 millió tojást tojnak. A tenyésztők azt tapasztalták, hogy – valószínűleg a zsúfoltság csökkenése miatt- ha a tyúkok számát 4%-kal csökkentik, akkor az egy tojóra jutó átlagos tojástermelés 8%-kal nő.
- a) A tyúkok számának 4%-os csökkentése után, mennyi lett a tojásfarmon az évi termelés? (5 pont)
- Az a tapasztalat, hogy a tyúkok számának p %-kal történő csökkenése $2p$ %-kal növeli az egy tyúkra vonatkozó tojásmennyiséget, csak $p < 30$ esetén érvényes.
- b) Hány százalékkal csökkentették tavaly a tyúkok számát, ha ezzel évi 8%-os termelésnövekedést értek elegy év alatt? (11 pont)
- 4)
- a) Értelmezzük a valós számok halmazán az f függvényt az $f(x) = x^3 + kx^2 + 9x$ képlettel! (A k paraméter valós számot jelöl).
Számítsa ki, hogy k mely értéke esetén lesz $x = 1$ a függvénynek lokális szélsőértékhelye a függvénynek!
Állapítsa meg, hogy az így kapott k esetén $x = 1$ a függvénynek lokális maximumhelye vagy lokális minimumhelye!
Igazolja, hogy a k ezen értéke esetén a függvénynek van másik lokális szélsőértékhelye is! (11 pont)
- b) Határozza meg a valós számok halmazán a $g(x) = x^3 - 9x^2$ képlettel értelmezett g függvény inflexiós pontját! (5 pont)

- 5) Legyen p valós paraméter. Tekintsük a valós számok halmazán értelmezett f függvényt, amelynek hozzárendelési szabálya $f(x) = -3x^3 + (p-3)x^2 + p^2x - 6$
- Számítsa ki a $\int_0^2 f(x)dx$ határozott integrált, ha $p = 3$ (4 pont)
 - Határozza meg p értékét úgy, hogy az $x=1$ zérushelye legyen az f függvénynek! (3 pont)
 - Határozza meg p értékét úgy, hogy az f függvény deriváltja az $x=1$ helyen pozitív legyen! (7 pont)
- 6) Az \underline{a} és \underline{b} vektor koordinátái a t valós paraméter függvényében:
 $b(\cos t; \sin t)$ és $b = (\sin^2 t; \cos^2 t)$
- Adja meg \underline{a} és \underline{b} vektorok koordinátáinak pontos értékét, ha t az $\frac{5\pi}{6}$ számot jelöli! (2 pont)
 - Mekkora az \underline{a} és \underline{b} vektorok hajlásszöge $t = \frac{5\pi}{6}$ esetén? (A keresett szöget fokban, egészre kerekítve adja meg!) (5 pont)
 - Határozza meg t olyan valós értékeit, amelyek esetén \underline{a} és \underline{b} vektorok merőlegesek egymásra! (7 pont)
- 7)
- Egy derékszögű háromszög egyik oldalegyenese valamelyik koordinátatengely, egy másik oldalegyenesének egyenlete $2x + y = 10$, egyik csúcsa az origó. Hány ilyen tulajdonságú háromszög van? (6 pont)
 - Jelölje e azokat az egyeneseket, amelynek egyenlete $2x + y = b$, ahol b valós paraméter. Mekkora lehet b értéke, ha tudjuk, hogy van közös pontja az így megadott e egyenesnek és az origó középpontú 4 egység sugarú körnek? (8 pont)
- 8)
- Ábrázolja a derékszögű koordinátarendszerben az $f : [0; 5] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = |x^2 - 4x + 3|$ függvényt! (5 pont)
 - Tekintsük az $|(x-2)^2 - 1| = k$ paraméteres egyenletet, ahol k valós paraméter. Vizsgálja a megoldások számát a k paraméter függvényében! (7 pont)
 - Ábrázolja a megoldások számát megadó függvény a $k \in]-6; 6[$ intervallumon! (2 pont)
 - Adja meg a c)-beli függvény értékkészletét! (2 pont)