

MATEMATIKA ÉRETTSÉGI TÍPUSFELADATOK EMELT SZINT

Egyenletek, egyenletrendszerek

- 1) Igazolja, hogy az alábbi négy egyenlet közül az a) és b) jelű egyenletnek pontosan egy megoldása van, a c) és d) jelű egyenletnek viszont nincs megoldása a valós számok halmazán!
- a) $\frac{2x^2 + x - 10}{2^{x-1} - 2} = 0$ (4 pont)
- b) $\sqrt{x+16} + \sqrt{x-9} = 5$ (4 pont)
- c) $\lg(x^2 + x - 6) = \lg(1 - x^2)$ (4 pont)
- d) $\sin x - 1 = \sqrt{\lg(\cos^2 x - 1,5 \cos x)}$ (4 pont)
- 2) Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenleteket:
- a) $(x - 2) \cdot \lg(x^2 - 8) = 0$ (5 pont)
- b) $x^2 - |x| = 6$ (5 pont)
- 3) Oldja meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!
- a) $\lg(x + 7) + \lg(3x + 1) = 2$ (5 pont)
- b) $2^x = 3^{2x+1}$ (6 pont)
- 4) Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet!
- $$\frac{x^2 - 10x - 24}{x^2 - x - 6} = \sin \frac{\pi}{2} + 2^{\log_2 9}$$
- (11 pont)
- 5)
- a) Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet!
 $x^2 = |x - 6|$ (5 pont)
- b) Oldja meg a valós számpárok halmazán az alábbi egyenletrendszert!
- $$\left. \begin{array}{l} \lg(x + y) = 2 \lg x \\ \lg x = \lg 2 + \lg(y - 1) \end{array} \right\}$$
- (9 pont)
- 6) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!
- $$\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{x^2 - 3} = 2$$
- (10 pont)
- 7) Oldja meg az alábbi egyenleteket!
- a) $0,5^{2 - \log_{0,5} x} = 3$, ahol $x > 0$ és $x \in \mathbb{R}$ (4 pont)
- b) $7 + 6 \log_x \frac{1}{2} = \log_2 x$, ahol $1 < x \leq 2$ és $x \in \mathbb{R}$ (7 pont)

8)

- a) Mely valós számok elégítik ki az alábbi egyenlőtlenséget?
 $(x-1)^3 - (x+1)^3 > -8$ (4 pont)

- b) Az alábbi f és g függvényt is a $[-3;6]$ intervallumon értelmezzük.
 $f(x) = \sqrt{x+3}$ és $g(x) = -0,5x + 2,5$.

Ábrázolja közös koordináta-rendszerben az f és g függvényt a $[-3;6]$ intervallumon! Igazolja számítással, hogy a két grafikon metszéspontjának mindkét koordinátája egész szám! (4 pont)

- c) Oldja meg az alábbi egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!
 $0,5x + \sqrt{x+3} \leq 2,5$ (6 pont)

- 9) Oldja meg a következő egyenletrendszert, ha x és y valós számok, továbbá $x > 0$, $x \neq 1$ és $y > 0$, $y \neq 1$.

$$\left. \begin{aligned} \log_x y + \log_y x &= 2 \\ \sin(2x + 3y) + \sin(4x + y) &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (13 \text{ pont})$$

10)

- a) Ábrázolja a derékszögű koordinátarendszerben az $f : [0;5] \rightarrow \mathbb{R}$,
 $f(x) = |x^2 - 4x + 3|$ függvényt! (5 pont)

- b) Tekintsük az $|(x-2)^2 - 1| = k$ paraméteres egyenletet, ahol k valós paraméter. Vizsgálja a megoldások számát a k paraméter függvényében! (7 pont)

- c) Ábrázolja a megoldások számát megadó függvényt a $k \in]-6;6[$ intervallumon! (2 pont)

- d) Adja meg a c)-beli függvény értékkészletét! (2 pont)

- 11) Oldja meg az alábbi egyenletrendszert a valós számpárok halmazán!

$$\left. \begin{aligned} \log_x(x^2 y^3) + \log_y(x^3 y) &= 9 \\ \cos(x+y) + \cos(x-y) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (16 \text{ pont})$$

- 12) Mely x valós számokra igaz, hogy $|x| = 7$? (2 pont)

- 13) Az alábbi három kifejezés mindegyike esetén adja meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a kifejezés értelmezhető!

a) $\cos(\log_2 \sqrt{x})$ (3 pont)

b) $\sqrt{\log_2(\cos x)}$ (5 pont)

c) $\log_{\sqrt{x}}(\cos^2 x)$ (5 pont)