

Valószínűség-számítás

- A hagyományos dobókockával egyet dobunk, és a 32 lapos magyarkártya-csomagból keverés után egyetlen lapot húzunk. Komplementer események-e az alábbiak? Amennyiben nem, adjuk meg összegük komplementerének valószínűségét.
 - $A = \{\text{párosat dobunk}\}$ és $B = \{\text{páratlant dobunk}\}$.
 - $A = \{\text{prím dobás}\}$ és $B = \{\text{összetett szám dobás}\}$.
 - $A = \{\text{pirosat húzunk}\}$ és $B = \{\text{hetest húzunk}\}$.
- Magdi tolltartójában háromféle toll található. Egy részüknek fekete az alja, egy részüknek fémszínű a teteje, egy részük pedig mindkét tulajdonsággal rendelkezik. A tolltartóból taláломra kivesszünk egy tollat. Ennek $\frac{3}{4}$ valószínűséggel lesz fekete az alja; de 0,23 valószínűséggel lesz fekete az alja és fémszínű a teteje. Mekkora valószínűséggel lesz a véletlenszerűen kiválasztott toll teteje fémszínű?
- Egy dobozban 100 színes labda van: piros, fehér és piros-fehér. Annak a valószínűsége, hogy egy labdát kihúzva, azon lesz piros szín, 0,6. Annak a valószínűsége 0,75, hogy egy labdát kihúzva, lesz rajta fehér szín. Mennyi piros-fehér labda van a dobozban?
- Gabi, Peti és kicsi Tamás társasjátékkal játszanak. Peti megfigyelte, hogy Gabi kétszer, Tomi pedig háromszor több alkalommal nyer, mint ő. Mekkora valószínűséggel nyeri meg a játékot Tomi?
- Eszter, Tamás és Csaba társasjátékoznak. Csaba megfigyelte, hogy pontosan akkora valószínűséggel nyer Tamás, mint amekkora valószínűséggel veszít Eszter. Mekkora valószínűséggel nyer Csaba?
- Egy szabálytalan dobókockával négyszer dobva $\frac{1}{81}$ a valószínűsége, hogy minden dobásunk hatos. Hányszor nagyobb valószínűséggel dobunk ezzel a dobókockával hatost, mint a hagyományos dobókockával?
- Számítsuk ki annak a valószínűségét, hogy egy hagyományos, szabályos dobókockát ötször eldobva, lesz a dobott számok között legalább egy hatos.
- Egy villamosvezető egy megállóban a villamos nyolc ajtaja közül bármelyiket 0,8 valószínűséggel nyitja ki.
 - Mekkora a valószínűsége, hogy nem nyitja ki az összes ajtót a megállóban?
 - Mekkora a valószínűsége, hogy nem nyit ki egyetlen ajtót sem a megállóban?
- A $]0; 10[$ intervallumból véletlenszerűen választunk egy olyan racionális számot, melynek nevezője 3. Mekkora valószínűséggel lesz ennek a számnak a 2-es alapú logaritmus 1-nél kisebb?
- Két vektor közös kezdőpontja az $A(2; 1)$ pont. Egyikük végpontja az origó, másikuk $B(x; y)$ végpontját pedig véletlenszerűen választjuk az egész koordinátájú pontok közül úgy, hogy $0 \leq x \leq 5$ és $-4 \leq y \leq 4$ legyen. Mekkora valószínűséggel lesz az \overline{AB} vektor és az \overline{AO} vektor skaláris szorzata nullától különböző érték?
- A zsírozás nevű kártyajáték játékosai nagyon örülnek, ha leosztáskor ás, tízes vagy hetes kerül a kezükbe (az ás és a tízes jelenti a zsírt, amit a végén összeszámolnak, és az nyer akinek több van belőlük, a hetes pedig minden lapot üt). Az osztáskor én kapom az első négy lapot a kártya-csomagból. Mennyi a valószínűsége, hogy
 - egyetlen „értékes” lap sem lesz a kezemben;
 - legalább egy értékes lapot kapok;
 - legfeljebb három értékes lapot kapok?

12. Vera, a teniszezőnő 0,2 valószínűséggel ad ás szervát. Mennyi a valószínűsége, hogy a meccs során eddig adott tíz szervájából legfeljebb nyolcat nem tudott visszaadni az ellenfele?
13. Van egy nem szabályos dobókockánk, amelyen pontosan beállítható, hogy melyik érték mekkora valószínűséggel következzen be. Mennyire állítsuk be az egyes dobás valószínűségét, ha azt szeretnénk, hogy nagyobb valószínűséggel következzen be hétszer, mint nyolcszor tíz dobásból?
14. Egy céllövöldében Feri tíz lövésből háromszor találja el a nyereményeket tartó hurkapálcákat. Mennyi a valószínűsége, hogy 7 lövésből legalább 5 nyeremény az övé lesz?
15. Jani az eddig megírt matematikadolgozatai alapján kiszámolta, hogy minden feladatot körülbelül 0,6 valószínűséggel tud megoldani. Minek van a legnagyobb valószínűsége, hogy a következő dolgozat nyolc feladatából hány feladatot old meg majd Jani?
16. Egy sorsjegyjátéknak csak két eredménye lehet: vagy nyerünk, vagy veszítünk. Annak a valószínűsége, hogy hat sorsjegyet véve kétszer nyerünk, ugyanannyi, mint hogy hat sorsjegyből kétszer veszítünk. Mennyi a valószínűsége, hogy egy szelvényel nyerünk?
17. Egy osztályban minden héten másik két tanuló a „hetes”. A 30 fős osztályba betérő helyettesítő tanár – miután nem megy senki jelenteni – két főt találomra kiválaszt. Mennyi a valószínűsége, hogy mindketten azt mondják: „A héten nem is én vagyok a hetes!”?
18. Murphy törvénye szerint mindig azt az alkatrészt nem találjuk, amit keresünk. A 135 szegecset tartalmazó dobozban 27 darab olyan van, amely nekünk éppen megfelelne. A dobozba markolunk. Mennyi a valószínűsége, hogy a tenyerünkbe került 10 szegecs közül
 - a) mindegyik megfelel a célunknak;
 - b) egyik sem felel meg?
19. Egy gazdaságban barackszüreten voltunk, összesen 1880 szem barackot szedtünk le. Válogatás után egy részükből lekvárt főznek (I. kategória), másik részükből konzerv készül (II. kategória), a harmadik részt pedig egy közeli szállodába szállítják azonnali fogyasztásra (III. kategória). A gazda szerint a szedett mennyiség 15%-a kerül a hotelbe, 35%-ából lesz konzerv, a maradékot ők megfőzik lekvárnak. Még a válogatás előtt adott a leszedett barackból 20 szemet. Mekkora a valószínűsége, hogy közöttük pontosan 10 darab I. kategóriás és 8 darab II. kategóriás barackot találunk?
20. Eszti, ha eléri a vonatot, akkor 90% az esélye, hogy időben hazaér. Ha nem éri el, akkor 100%, hogy csak holnap ér haza. Mekkora valószínűséggel kell majd rá várni valamennyit, ha az esetek 60%-ában el szokta érni a vonatot?



21. Egy erősebb és egy gyengébb focicsapat egy gólig tartó bemutatómérkőzéseket játszik összesen négyszer, különböző helyszíneken. Tudjuk, hogy a négy mérkőzés után az összesített eredmény 0,24-nál kisebb valószínűséggel lesz az, ami a kijelzőn látható.



Legalább hányszor nagyobb a valószínűsége, hogy az erősebb csapat nyer egy meccset, mint hogy a gyengébb?

Megoldások:

1. a. komplementerek, b. nem komplementerek $p(\overline{A+B}) = \frac{1}{6}$ c. nem komplementerek $p(\overline{A+B}) = \frac{21}{32}$
2. $p(\text{fémszín}) = 0,48$
3. 35 db
4. $p(\text{Tomí nyer}) = 0,5$
5. Csaba sosem nyer
6. 2-szer valószínűbb a hatos
7. 0,5981
8. a. 0,8322 b. 0,00000256
9. $p = \frac{5}{29}$
10. $p = \frac{51}{54}$
11. a. $p(\text{sem } A, H, T) = 0,1347$ $p(\text{legalább 1}) = 0,8653$ $p(\text{csak értékes}) = 0,013765$
12. 0,999996
13. $p < \frac{8}{11}$
14. 0,0288
15. 5 feladatot $p=0,2787$
16. 0,869
17. a. 0,000000021 b. 0,09832
18. 0,0414
19. 0,46
20. legalább 2,618-szor nagyobb a valószínűsége