

5. Gyakorló sor

16. A népszámlálások során felmérik a Magyarországon élő családok számát és jellemzőit. Mindegyik népszámlálásnál minden egyes családról feljegyzik, hogy mennyi a családban az eltartott gyermekek száma, majd az így kapott adatokat összesítik. Az 1990-es és a 2011-es adatok összesítésének eredményét az alábbi táblázat mutatja. (Például 2011-ben az összes család 5%-ában volt 3 az eltartott gyermekek száma.)

Az eltartott gyermekek száma	A családok megoszlása	
	1990	2011
0	48%	52%
1	26%	25%
2	21%	16%
3	4%	5%
4 vagy több	1%	2%

Azt tudjuk még, hogy a családok száma 1990-ben 2 896 ezer, 2011-ben 2 713 ezer volt.

- Számítsa ki, hogy 1990-ről 2011-re hány százalékkal változott azoknak a családoknak a száma, amelyekben nem volt eltartott gyermek!
- Számítsa ki, hogy átlagosan hány eltartott gyermek jutott egy családra 2011-ben! (A 4 vagy több eltartott gyermeket nevelő családokban a gyermekek számát tekintse 4-nek.)

A népszámlálások során a háztartások számát is felmérték. A háztartások száma 1990-ről 2001-re 0,7%-kal csökkent, majd 2001-ről 2011-re 6,3%-kal nőtt, és így 2011-ben 4 106 ezer lett.

- Mennyi volt a háztartások száma ezerre kerekítve 1990-ben?

Az egyszemélyes háztartások száma 1990-ben 946 ezer volt, majd 2011-re ez a szám 1 317 ezerre nőtt. Szeretnénk ezeket az adatokat egy plakáton két olyan körlappal ábrázolni, amelyek területe az adatok nagyságával egyenesen arányos. Az 1990-es év adatát egy 4,5 cm sugarú körlappal jelenítjük meg.



- Mekkora legyen a 2011-es adatot ábrázoló körlap sugara?

17. István a családjával nyári utazásra készül. Debrecenből Bajára szeretnének eljutni autójával. Az útvonaltervező honlap két útvonalat javasol. Az egyik nagyrészt autópályán halad, de 140 kilométerrel hosszabb, mint a másik, amelyik lakott területeken is átmegegy.

A hosszabb útvonal esetében az útvonaltervező $106 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ átlagsebességgel, a rövidebb

esetében pedig $71 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ átlagsebességgel számol. Így a honlap az utazási időt mindkét esetben ugyanannyinak mutatja.



- Számítsa ki a rövidebb útvonal hosszát!

Istvánék egy korábbi alkalommal autójával utaztak Debrecenből Budaörsre. Az út hossza 396 kilométer volt. Az autó átlagos benzinfogyasztása 6,5 liter 100 kilométerenként. Egy liter benzin ára 420 Ft.

- Hány forint volt a benzinköltség ezen az úton?
Válaszát ezer forintra kerekítve adja meg!

Mikor megérkeztek, István kiszámolta, hogy ha a 396 kilométeres út során az átlagsebességük $16 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ -val nagyobb lett volna, akkor egy órával rövidebb ideig tartott volna az út.

c) Számítsa ki Istvánék autójának átlagsebességét ezen az úton!

- 18.** Három végzős diáknak olyan mobiltelefonja van, amelyen be lehet állítani, hogy hány számjegyű legyen a telefon bekapcsolásához szükséges számkód.

Anna olyan kódot szeretne, amely ötjegyű, csak a 2-es és a 9-es számjegy szerepel benne, mindkettő legalább egyszer.

a) Hányféle kód közül választhat Anna?

Béla kódja egy olyan hattal osztható, csupa különböző számjegyből álló háromjegyű szám, melynek minden számjegye prímszám, és amelynek számjegyei (balról jobbra haladva) csökkenő sorrendben követik egymást.

b) Adja meg Béla kódját!

Gabi elfelejtette a saját kódját. Arra emlékszik, hogy hatjegyű volt, két 3-as, két 4-es, egy 5-ös és egy 6-os számjegy szerepelt benne. Gabi az ilyen kódok közül véletlenszerűen kiválaszt egyet.

c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy éppen a helyes kódot választja ki!

16. a)		
Meg kell határozni a gyermektelen családok számát 1990-ben és 2011-ben.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
A gyermektelen családok száma 1990-ben $2896 \cdot 0,48 \approx 1\,390$ (ezer),	1 pont	
2011-ben $2713 \cdot 0,52 \approx 1\,411$ (ezer) volt.	1 pont	
$\frac{1411}{1390} \approx 1,015$	1 pont	
A gyermektelen családok száma 1990-ről 2011-re kb. 1,5%-kal nőtt.	1 pont	<i>Más, legalább egy tizedesjegyre helyesen kerekített érték is elfogadható.</i>
Összesen:	5 pont	

16. b) első megoldás		
$\frac{0 \cdot 52 + 1 \cdot 25 + 2 \cdot 16 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 2}{100} =$	2 pont	
$= 0,8$ (eltartott gyermek jutott átlagosan egy családra 2011-ben.)	1 pont	<i>Egészre kerekített érték nem fogadható el.</i>
Összesen:	3 pont	

16. c) első megoldás		
Egy mennyiség 0,7%-kal történő csökkentése a mennyiség 0,993-del való szorzását jelenti.	1 pont	<i>Ez a 2 pont akkor is jár, ha ezek a gondolatok csak a megoldásból derülnek ki.</i>
Egy mennyiség 6,3%-kal történő növelése a mennyiség 1,063-del való szorzását jelenti.	1 pont	
A háztartások számát (ezerben) 1990-ben jelölje x , ekkor felírható: $x \cdot 0,993 \cdot 1,063 = 4106$.	1 pont	
$x \approx 3890$,	1 pont	
tehát kb. 3 890 ezer háztartás volt az országban 1990-ben.	1 pont	<i>Ez a pont nem jár, ha a vizsgázó nem kerekít vagy rosszul kerekít.</i>
Összesen:	5 pont	

16. d) első megoldás		
A két körlap területének aránya $\lambda^2 = \frac{1317}{946} (\approx 1,39)$.	2 pont	
vagyis $\lambda \approx 1,18$.	1 pont	
A kért sugár nagysága ($4,5 \cdot \lambda \approx$) 5,3 cm.	1 pont	
Összesen:	4 pont	

17. a) első megoldás		
(Ha a rövidebb útvonal hossza x km, akkor a másik útvonal $(x + 140)$ km hosszú. A feladat szövege alapján felírható egyenlet:) $\frac{x}{71} = \frac{x+140}{106}$	2 pont	
$106x = 71x + 9940$	1 pont	
$x = 284$	1 pont	
A rövidebb útvonal hossza 284 km.	1 pont	
Ellenőrzés a szöveg alapján.	1 pont	
Összesen:	6 pont	

17. b)		
Az autó benzinfogyasztása az úton $\frac{396}{100} \cdot 6,5 =$	1 pont	
$= 25,74$ liter.	1 pont	<i>25,7 vagy 26 liter is elfogadható.</i>
Ennek költsége kb. 11 000 Ft.	1 pont	<i>Ez a pont nem jár, ha a vizsgázó nem kerekít vagy rosszul kerekít.</i>
Összesen:	3 pont	

17. c) első megoldás		
(Az átlagsebességet v -vel jelölve a feladat szövege alapján felírható egyenlet:) $\frac{396}{v} = \frac{396}{v+16} + 1$.	2 pont*	
$396(v+16) = 396v + v(v+16)$	2 pont*	
$v^2 + 16v - 6336 = 0$	1 pont	
$v_1 = -88, v_2 = 72$	1 pont	
(A negatív gyök nem megoldása a feladatnak, ezért) az átlagsebesség $72 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ volt.	1 pont	
Ellenőrzés a szöveg alapján.	1 pont	
Összesen:	8 pont	

18. a) első megoldás		
Egy 2-es és négy 9-es számjegyet tartalmazó kód 5 darab van.	1 pont	
egy 9-es és négy 2-es számjegyet tartalmazó kód szintén 5 darab van.	1 pont	
Két 2-es és három 9-es számjegyből álló kódok száma 10.	1 pont	
két 9-es és három 2-es számjegyből álló kódok száma szintén 10.	1 pont	
Ez összesen 30 megfelelő kód.	1 pont	
Összesen:	5 pont	

18. b)		
Béla kódjának számjegyei lehetnek: 2, 3, 5 vagy 7.	1 pont	
A hattal való oszthatósághoz 2-vel és 3-mal is oszthatónak kell lennie a kódnak.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
Mivel kettővel osztható, ezért biztosan 2-re végződik.	1 pont	
Hárommal akkor lesz osztható, ha mellette a 3 és a 7 szerepel.	1 pont	
nagyság szerint csökkenő sorrendben.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
Így a kérdéses kód a 732.	1 pont	
Összesen:	6 pont	

18. c) első megoldás		
A 3-as számjegyek helyét $\binom{6}{2}$ -féleképpen tudjuk kiválasztani.	1 pont	
Ezután a 4-es számjegyek helyét $\binom{4}{2}$ -féleképpen tudjuk kiválasztani.	1 pont	
A maradék két különböző számjegyet a fennmaradó két helyre kétféleképpen lehet elhelyezni.	1 pont	
Az összes lehetséges kódok száma ezek szorzata: $\binom{6}{2} \cdot \binom{4}{2} \cdot 2 = 180$	1 pont	
A kedvező esetek száma 1.	1 pont	
A kérdéses valószínűség $\frac{1}{180} = 0,005$.	1 pont	<i>Más ésszerűen és helyesen kerekített érték, valamint százalékban megadott helyes válasz is elfogadható.</i>
Összesen:	6 pont	