

4. Gyakorló sor

13. Az e egyenes egyenlete: $3x + 7y = 21$.

a) A $P(-7; p)$ pont illeszkedik az e egyenesre. Adja meg p értékét!

Az f egyenes illeszkedik a $Q(1; -2)$ pontra, és merőleges az e egyenesre.

b) Írja fel az f egyenes egyenletét!

A g egyenes egyenlete: $y = -\frac{3}{7}x + 5$.

c) Igazolja, hogy az e és g egyenesek párhuzamosak egymással!

14. Egy téglalap alakú papírlap oldalai 12 és 18 cm hosszúak. A szomszédos oldalak harmadolópontjait összekötve a lap négy sarkát egy-egy egyenes szakasszal levágjuk. Így az $ABCDEFGH$ nyolcszöglapot kapjuk.

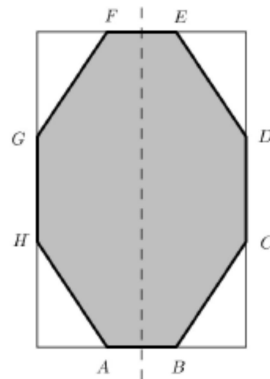
a) Számítsa ki a nyolcszög B csúcsánál fekvő belső szög nagyságát!

A papírlapon a nyolcszög oldalait piros színnel rajzoljuk át, és mind a 20 átlóját kék színnel húzzuk be.

b) Számítsa ki annak valószínűségét, hogy az így kiszínezett 28 szakaszból hármat véletlenszerűen kiválasztva 1 piros és 2 kék lesz a kiválasztott szakaszok között!

A nyolcszöveget megforgatjuk az ábrán berajzolt (az eredeti téglalap hosszabb oldalával párhuzamos) szimmetriatengelye körül.

c) Számítsa ki az így keletkező forgástest térfogatát!



15. a) Számítsa ki az $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 3 \cdot 2^{x-1}$ függvény $x = 6$ helyen felvett értékét!

b) Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$$3 \cdot 2^{x-1} = 0,375$$

c) Adott az a mértani sorozat, melynek n -edik tagja: $a_n = 3 \cdot 2^{n-1}$.
Számítsa ki a sorozat első 10 tagjának összegét!

13. a. $p=6$ b. $-7x+3y=-13$

(2015. május idegennyelven)

14. a)		
(A kérdéses szöveget α -val jelölve) $\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = \frac{6}{4}$	1 pont	
$\alpha \approx 56,3^\circ$	1 pont	
A kérdéses szög nagysága kb. $123,7^\circ$.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

14. b)		
Az összes eset száma: $\binom{28}{3} (= 3276)$.	1 pont	
A kedvező esetek száma: $\binom{8}{1} \cdot \binom{20}{2} (= 1520)$.	2 pont	
A kért valószínűség $\frac{\binom{8}{1} \cdot \binom{20}{2}}{\binom{28}{3}} \approx 0,464$.	1 pont	<i>Más ésszerűen (legalább két tizedesjegyre) és helyesen kerekített érték, továbbá százalékban megadott helyes válasz is elfogadható.</i>
Összesen:	4 pont	

14. c)		
A keletkező forgástest egy hengerből és annak kör-lapjaira illeszkedő két egybevágó csonkakúpából áll.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
A henger alapkörének sugara és magassága egyaránt 6 cm.	1 pont	
Térfogata $V_h = 216\pi (\approx 678,58) \text{ (cm}^3\text{)}$.	1 pont	
A csonkakúp alapkörének sugara és magassága egyaránt 6 cm, fedőkörének sugara 2 cm.	1 pont	
Térfogata $V_{cák} = \frac{\pi \cdot 6}{3} \cdot (6^2 + 6 \cdot 2 + 2^2) = 104\pi (\approx 326,73) \text{ (cm}^3\text{)}$.	1 pont	
A kérdéses térfogat: $V_h + 2V_{cák} = 424\pi \approx 1332 \text{ cm}^3$.	1 pont	
Összesen:	7 pont	

15. a)		
$f(6) = 3 \cdot 2^{6-1} =$	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
$= 96$	1 pont	
Összesen:	2 pont	

15. b)		
$2^{x-1} = 0,125$	1 pont	
$2^{x-1} = \frac{1}{8}$	1 pont	$\lg 2^{x-1} = \lg 0,125$
$2^{x-1} = 2^{-3}$	1 pont	$(x-1) \cdot \lg 2 = \lg 0,125$
(Az exponenciális függvény szigorú monotonitása miatt) $x-1 = -3$.	1 pont	$x = \frac{\lg 0,125}{\lg 2} + 1$
$x = -2$	1 pont	
Ellenőrzés: behelyettesítés vagy ekvivalenciára hivatkozás.	1 pont	
Összesen:	6 pont	

15. c)		
A sorozat első tagja $a_1 = 3$,	1 pont	
hányadosa $q = 2$.	1 pont	
Az első 10 tag összege $S_{10} = 3 \cdot \frac{2^{10} - 1}{2 - 1} =$	1 pont	
$= 3069$.	1 pont	
Összesen:	4 pont	