

Halmazelmélet érettségizőknek

(Nem túl nehéz)

1. feladat:

Az A halmaz az 5-re végződő kétjegyű pozitív egészek halmaza, a B halmaz pedig a kilencel osztható kétjegyű pozitív egészek halmaza.

Adja meg elemeik felsorolásával az alábbi halmazokat:

$$A ; B ; A \cap B ; A \setminus B$$

2. feladat:

Sorolja fel az $A = \{1; 10; 100\}$ halmaz összes kételemű részhalmazát!

3. feladat:

Jelölje \mathbf{N} a természetes számok halmazát, \mathbf{Z} az egész számok halmazát és \emptyset az üres halmazt! Adja meg az alábbi halmazműveletek eredményét!

- $\mathbf{N} \cap \mathbf{Z}$;
- $\mathbf{Z} \cup \emptyset$;
- $\emptyset \setminus \mathbf{N}$.

4. feladat:

Az A és a B halmazok a számegegyenes intervallumai: $A = [-1,5 ; 12]$, $B = [3 ; 20]$.

Adja meg az $A \cup B$ és a $B \cap A$ halmazokat!

Adja meg az $A \setminus B$ és a $(A \cup B) \setminus (A \cap B)$ halmazokat is intervallum jelöléssel.

5. feladat:

Az iskolában összesen 117 angol, 40 német, 30 francia nyelvvizsgát tettek le sikeresen a diákok. Három vagy több nyelvvizsgálója senkinek sincs, két nyelvből 22-en vizsgáztak eredményesen: tíz tanuló angol–német, hét angol–francia, öt pedig német–francia párosításban.

Az iskolában hány tanulónak van legalább egy nyelvvizsgálója?

6. feladat:

Egy középiskolába 700 tanuló jár. Közülük 10% sportol rendszeresen a két iskolai szakosztály közül legalább az egyikben. Az atlétika szakosztályban 36 tanuló sportol rendszeresen, és pontosan 22 olyan diák van, aki az atlétika és a kosárlabda szakosztály munkájában is részt vesz.

- Készítsen halmazábrát az iskola tanulóiról a feladat adatainak feltüntetésével!
- Hányan sportolnak a kosárlabda szakosztályban?
- Egy másik iskola sportegyesületében 50 kosaras sportol, közülük 17 atletizál is. Ebben az iskolában véletlenszerűen kiválasztunk egy kosarast. Mennyi a valószínűsége, hogy a kiválasztott tanuló atletizál is?

7. feladat:

- Oldja meg a $7 + x < -2 \cdot (x - 2)$ egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!
- Oldja meg az $x^2 + x - 6 \leq 0$ egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!
- Legyen az A halmaz a $7 + x < -2 \cdot (x - 2)$ egyenlőtlenség valós megoldásainak halmaza, B pedig az $x^2 + x - 6 \leq 0$ egyenlőtlenség valós megoldásainak halmaza. Adja meg az $A \cup B$, $A \cap B$ és $B \setminus A$ halmazokat!

8. feladat:

Egy középiskolába 620 tanuló jár. Az iskola diákbizottsága az iskolanapra három kiadványt jelentetett meg:

- Diákok Hangja
- Iskolaélet
- Miénk a sulí!

Később felmérték, hogy ezeknek a kiadványoknak milyen volt az olvasottsága az iskola tanulóinak körében.

A Diákok Hangját a tanulók 25%-a, az Iskolaéletet 40%-a, a Miénk a sulí! c. kiadványt pedig 45%-a olvasta. Az első két kiadványt a tanulók 10%-a, az első és harmadik kiadványt 20%-a, a másodikat és harmadikat 25%-a, mindhármát pedig 5%-a olvasta.

- Hányan olvasták mindhárom kiadványt?
- A halmazábra az egyes kiadványokat elolvasott tanulók létszámát szemlélteti. Írja be a halmazábra mindegyik tartományába az oda tartozó tanulók számát!
- Az iskola tanulóinak hány százaléka olvasta legalább az egyik kiadványt?

