

Mértani sorozatok

Bemelegítés

1. Egy erdő faállománya 3500 m^3 . A mindenkori állomány évenként 3%-kal gyarapszik, és kétévenként a meglévő állomány 2%-át kivágják. Mennyi fa lesz az erdőben 20 év múlva?
2. Egy cég termelése havonta 2%-kal növekszik. 2 év elteltével a termelés hányszorosa lesz a kezdeti (első havi) termelésnek?
3. Egy város lakossága 10 éven át egyenletesen évi 400 fővel emelkedett. Ezután egy 5 éves fogyási folyamat indult meg, amelyben minden évben az előző év 95%-a maradt a lakosság. Ha végül 720000 lakosa volt a városnak, akkor 15 éve mennyi lakosa volt?
4. Egy nyúlékony zsinórra felfüggesztettünk egy súlyt. A zsinór nyúlása az első 5 órában minden eltelt órában a másfélszeresére nőtt. Kezdetben 60 cm hosszú volt. Mennyi idő (egész órában) elteltével lesz legalább 2 méter hosszú?
5. Egy szigeten élő rágcsálópopuláció 4 havonként az aktuális létszám 10%-ával gyarapszik. Hány évvel ezelőtt voltak 20-an, ha jelenleg a csapdázások alapján végzett számítások szerint mintegy 1100 egyed él a szigeten, és a megfigyelések szerint a rágcsálók legalább 50 évig élnek.
6. 3,5 M forintos gépkocsink évi amortizációja 18%. Hány év múlva éri a kocsink az eredeti értéke felét?
7. Egy kutató a szivacsok szerkezetét vizsgálva észrevette, hogy a kocka alakú szivacsban a lyukak szerkezete úgy alakul, hogy az élek harmadolópontjai segítségével létrejött $3^3 = 27$ kisebb egybevágó kocka közül a középső lyukas, a többi 26-ban pedig hasonlóképpen az élek harmadolásával kapott még kisebb kockák közül a középső mindig lyukas. Feltéve, hogy ez 10 lépésig folytatódik (*mikroméretű lyukakkal*), akkor a szivacs térfogatának hányadrésze marad még meg?
 - a. Faktosoknak: Az előző eljárást a minden határon túl folytatva mekkora lesz a szivacs maradék térfogata?

A mértani sorozat általános tagjának képlete, és az összegképlet használata

8. Egy mértani sorozat első és ötödik elemének a szorzata 144. A negyedik és a második elem különbsége 18. Mekkora a q és az első tag?
9. Egy mértani sorozat 13. tagja 11664, a 8. tagja pedig 1536. Határozzuk meg a sorozat hányadosát!
10. Egy mértani sorozat első három tagjának az összege $\frac{19}{3}$, a következő három tag összege pedig $\frac{152}{81}$. Határozzuk meg a sorozat első tagját és hányadosát!
11. Tíz évre vonatkozóan összehasonlították két vállalat termelését. Kezdetben MM. Művek termelése 100 egység volt, a BB. Kft.-é 80 egység. Az MM. termelése **félévenként** 3%-kal nőtt, a BB. Kft.-é **félévenként** 5%-kal.
 - b. Utolérte-e 10 év alatt (*10 eltelt év alatt*) a BB. Kft. az MM. Műveket?
 - c. Melyik vállalat termelt többet 10 év alatt?
12. Egy gépsor értéke 17 millió forint. Évenkénti 12%-osa értékcsökkenéssel számolva mikor kerül sor a gépsor értéke 8 millió forint alá?
13. János gazda eladásra kínálja Betyárt a jó kis hátaslovat. Jakab gazda nézegeti, mustrálgatja, de a ló 180000 Ft-os árára, csak hümmög, soknak találja. Addig-addig alkudozik, míg János gazda megelégedi, s így szól:
 - Hát fizessen kend csak a patkószegekért, a lovat ingyen is odaadom.
 - No, és mennyi lenne az ára azoknak a szögeknek?
 - Hmmm... Az első szögért 1 fillért kérek, minden további szögért meg kétszer annyit, mint az előzőért.
 - Ha jól számolom, 28 patkószeg van összesen Betyár patáin.
 - Úgy biz a'!
 - Hát megbolondult kelmed... én nem bánom. Csapjon a tenyerembe! (Megtörténik.)
 - No, mennyit is fizetek akkor? Mennyit is? (1 Ft=100 fillér)

Megoldások:

1. 5165 m^3
2. 1,6084-szeresére
3. 926496 fő
4. legalább 3 óra
5. 14 éve
6. 3,5 év
7. 0,6856 része
8. $a_1=3$ vagy 48 $q = \pm 2$ vagy $\pm \frac{1}{2}$
9. $q = \frac{3}{2}$
10. $a_1 = 3$ $q = \frac{2}{3}$
11. igen (180,61 és 212,26) az első (2687,04 és 2645,27)
12. kb. 4 év
13. 2684355 Ft
14. 49; 48,02; 45,19; 28,4; 1058,45 km; 42 óra; nem
15. 12606,6B; 26917,37B; 54 év; 7,81 és 15,63%-os
16. 70, 47 e; 64,95 te; $45 + 15 \cdot \sqrt{3}$; $\frac{75 \cdot \sqrt{3}}{2}$
17. csaknem 3