

Sorozatok (bevezetés)

1. Írd fel a következő (képlettel megadott) sorozatok első 6 tagját!

$$a_n = 5n - n^2 \quad b_n = (-1)^n \quad c_n = \frac{(-1)^{n+1} \cdot n}{n^2 - 3} \quad d_n = \sin(n \cdot 30^\circ) \quad e_n = \log_2 4^n$$

2. Írd fel a következő (rekurzív módon megadott) sorozatok első 6 tagját!

$$a_1 = 2 \quad a_n = a_{n-1}^2 - 4; \quad b_1 = 2 \quad b_2 = 3 \quad b_n = b_{n-2} + b_{n-1} + 1;$$

3. Julcsi minden reggel egy 15 lépcsőfokból álló lépcsőn kell felmenjen az iskolába menet. 1-et, vagy 2-t lép a lépcsőn, kedve szerint teljes összevisszaságban. Minden feljutási lehetősége egyformán esélyes. Mekkora a valószínűsége, hogy Julcsi rálép a 8. (középső) lépcsőfokra?

4. Írd fel a következő sorozatok első 6 tagját, majd add meg a sorozat általános tagját!

- Egymást követő pozitív 3-mal osztva 1 maradékot adó számok.
- Egymást követő 7-re végződő, pozitív egész számok.
- Egymást követő 3-ra és 8-ra végződő

5. Monotonitás és korlátosság szempontjából vizsgáljuk meg a következő sorozatokat!

$$a_n = \frac{3-2n}{n} \quad b_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n \quad c_n = 1 + \sin n \quad d_n = 2n + 8 \quad e_n = \lg n \quad f_n = (-2)^n$$

6. Egy speciális körülmények között tartott baktériumtenyésztet egyedeinek száma n óra elteltével $a_n = a_{n-1} + 5(n-1)$ volt. Ha kezdetben 1000 egyed volt, akkor 6 óra múlva hányan voltak, ha egyetlen egyed sem pusztul el? (EÉFGY:1474)

Számtani sorozatok

7. Adott egy számtani sorozat $a_1=4$, $d=7$ adatokkal. Számítsd ki a sorozat 32-dik tagját, és az első 32 tag összegét!

8. Egy számtani sorozat ötödik tagja 6, a kilencedik tagja pedig 7. Számítsuk ki a 39. tagját és az első 61 tag összegét!

9. Egy számtani sorozat ötödik tagja 11, nyolcadik tagja 17. Számítsuk ki a számtani sorozat első 10 tagjának az összegét!

10. Egy számtani sorozatról a következőket tudjuk. $a_2+a_4+a_6=36$ $a_2a_3=54$. Számítsuk ki a sorozat első tagját és különbségét!

11. Egy könyvszekrény 8 polca közül a legfelsőn 35 könyv van és minden további polcon 4-gyel több, mint a felette levőn. Hány könyv van ebben a könyvszekrényben?

12. Egy számtani sorozat első három tagjának az összege 30-cal kisebb, mint a következő három tag összege. Az első hat tag összege 60. Melyik ez a sorozat?(Z: 3481)

13. Számítsd ki a kétjegyű páros számok összegét! (Z:3483)

14. A Rákóczi út páratlan oldalán sétálva 13 ház előtt haladunk el. Összeadva a házsámokat 377-t kapunk. Hányas számú ház elől indultunk?

15. Egy számtani sorozat 2005. tagja -1, a 2009. tag pedig -11. Határozzuk meg a sorozat 2011. tagját!

16. Egy színházi nézőtéren, amely felülről nézve egy körgyűrűcikk 24 sor van. Az első sorban 18 hely van, utána minden sorban 3-mal több. Minden sor 20 cm-rel van magasabban, mint az előző. (1522)

- Hány férőhelyes a színház?
- Hány szék van a 20. sorban?

17. Berci és Andris egy kis zsebpénzre tehetnek szert, ha vállalják a kiürült befőttes üvegek ki- és lemosását (címkétől való megszabadítását). A délutáni elfoglaltságuktól függően az első nap 40 üveget hoztak rendbe, a további napokon tízzel többet, mint az azt megelőzőn. Hányadik napon kerül sorra az 500. üveg? (1528)
18. Egy áruházi akció során húsz sorban piramisszerűen tornyozták egymásra a dezodorok dobozait: felfelé haladva minden sorban ugyanannyival van kevesebb doboz. A felső tíz sorban összesen feleannyi doboz van, mint az alsó tíz sorban. A felső tizenöt sorban pedig összesen 375 doboz volt. Hány doboz volt a legfelső sorban, és felfelé haladva hány dobozzal volt kevesebb mindegyik sorban, mint az alatta levőben? (1526)
19. Egy számtani sorozat első három tagjának az összege -12 , szorzata 80 . Melyik ez a három tag? (1496)
20. Egy háromjegyű szám jegyei, a felírás sorrendjében, egy számtani sorozat egymást követő tagjai. Ha szám kétszeresét elosztjuk a számjegyek összegével, akkor 41 -et kapunk. Ha számban a százask és a tízesek helyét felcseréljük, akkor az eredetinel 270 -nel nagyobb számot kapunk. Melyik ez a szám? (1501)
21. Egy stadionról tudjuk, hogy egy szektora egy emelkedő körgyűrűcikk. Az első sorban 80 , a többiben soronként 4 -gyel több ülőhely van. Minden sor 35 cm-rel van magasabban, mint az előtte lévő. Tudjuk, hogy az utolsó sor 14 m-rel van magasabban az elsőnél. A stadion 8 ilyen szektorból áll. Mekkora a maximális nézőszám? (1523)
22. Egy négyzet alakú piramis építéséhez egyforma, kocka alakú kőtömböket használtak. Felfelé haladva minden réteg oldala eggyel kevesebb kőtömbből állt. (1534)
- Hány réteg van egymás fölött, ha egy kőtömb magassága 80 cm, és a piramis egyetlen zárókövének teteje 40 méter magasan van?
 - A piramis körüljárásával hány kőtömböt tudunk megszámolni?

Megoldások:

1. a. 4;6;6;4;0;-6;-14;-24 b. -1;1;stb c. $-\frac{1}{2}; -2; \frac{1}{2}; -\frac{4}{13}; \frac{5}{22}; -\frac{2}{11}$; d. $\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 1; \frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}; 0; -\frac{1}{2}$ e. 2;4;6;8;10;12;

2. a. 2;0;-4;12;140;19596 b. 2;3;6;10;17;28;46

3. $\frac{34 \cdot 21}{987} = \frac{34}{47}$ A nevezőben a 15. Fibonacci szám, (1,2,3,5,8,13,21,34,55,89,144,233,377,610,987), a számlálóban a 8. és a 7. Fibonacci szám szorzata áll. Mintha először egy 8 lépcsős, azután egy 7 lépcsős feladatot kellene megoldani.

5. a. szig. mon csökk. korlátos $]-2; 1]$ b. szig. mon. csökk, korlátos $]0; \frac{1}{2}]$ c. korlátos, nem monoton $[0; 2]$ d. szig

mon nő, nem korlátos, csak alulról.. e. szig. mon nő, nem korlátos, f. nem korl. nem monoton

6. 1075

7. 221, 3600

8. 14,5 762,5

9. $d=2$ $a_1=3$ $S_{10}=120$

10. I. $a_1=-33$ $d=15$ II. $a_1=3$ $d=3$

11. 392

12. $a_1 = \frac{5}{3}$ $d = \frac{10}{3}$

13. 2430

14. 17-es

15. -16

16. a. 1260 helyes b. 4,6 méter

17. $a_1 = 40$ $d = 10$ $S_n = 500$ $n^2 + 7n - 100 = 0$ $n \approx 7,09$ 8. napon

18. $\frac{S_{10}}{S_{20} - S_{10}} = \frac{1}{2}$ $S_{15} = 375$ $3S_{10} = S_{20}$ $3 \cdot \left(10a_1 + \frac{10 \cdot 9}{2} \cdot d\right) = 20a_1 + \frac{20 \cdot 19}{2} \cdot d$ $a_1 = 5,5d$

$S_{15} = 15a_1 + \frac{15 \cdot 14}{2} \cdot d = 15a_1 + 105d = 375$ $d = 2$ $a_1 = 11$

19. $a_2 = -4$ $(-4-d) \cdot (-4) \cdot (-4+d) = 80$ $d = \pm 6$ -10;-4;2 2;-4;-10

$a-d; a; a+d$ $100(a-d) + 10a + a + d = 111a - 99d \Rightarrow \frac{2(111a - 99d)}{3a} = 41$

20. $a; a-d; a+d$ $100a + 10(a-d) + a + d = 111a - 9d$ $111a - 99d + 270 = 111a - 9d$

$d = 3$ $a = 6$ 369 és 639

21. $14m = 1400\text{cm}$ $1400:35=40$, de az elsővel együtt 41 sor. A 41. sorban 240 hely van. A szektorban $160 \cdot 41 = 6560$, 8 szektorban: 52480

22. a. 80 cm minden réteg: $40m = 4000$ $\text{cm}/80 = 50$ réteg b Egy oldalon: $(50+1) \cdot 25 = 1275$ $\cdot 4 = 5100$ DE!!
 $4 \cdot 50 = 200$ -t le kell vonni. A tetejét 4-szer számoltuk, 4-szer vonjuk le $+1 = 4901$ db