

## Logaritmosos és exponenciális kifejezések szöveges feladatokban

1. A 226-os tömegszámú rádium (Ra) radioaktív, felezési ideje 1600 év. Az eredetileg  $N_0$  számú atomot tartalmazó rádium  $t$  idő elteltével  $N$  számú bomlatlan rádiumatomot tartalmaz, ahol  $N$  kiszámítható a 
$$N = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$
 összefüggés segítségével, ahol  $T$  a felezési idő. Mennyi idő alatt bomlik el a rádiumatomok 1 %-a az eredetileg  $2,6 \cdot 10^{21}$  atomot tartalmazó (kb. 1 gramm rádiumban)? (E.844)
2. Kisebb mennyiségű cukor oldódása nagy mennyiségű vízben közelítőleg az  $M(t) = M_0 \cdot a^t$  formula szerint, tehát időben exponenciálisan zajlik ( $0 < a < 1$ ), ahol  $t$  a cukor vízbekerülésétől számított időt méri. percben;  $M(t)$  a  $t$  időpontig még fel nem oldódott cukor mennyisége,  $M_0$  pedig a teljes cukor mennyisége, amit a vízbe tettünk.
  - a. Mennyi idő alatt oldódott fel a cukormennyiség háromnegyede?
  - b. Ha a 99,9%-os oldódás már „lényegében teljesnek” nevezzük, mikorra oldódik fel lényegében teljesen a cukor? (849)
3. Világméretű szociológiai kutatások eredményeként a fejlett ipari országok egy főre jutó nemzeti összterméke (GDP) és a lakosság várható élettartama között hozzátétőlegesen az alábbi tapasztalati összefüggés állapítható meg. 
$$\dot{E} = 75,5 - 5 \cdot 1,081^{\frac{6000-G}{206}}$$
 ahol  $\dot{E}$  az átlagos várható élettartam években,  $G$  pedig a GDP, reálértékben átszámítva 1980-as dollárra. Mennyi GDP növekedés szükséges a várható élettartam 10 évvel való meghosszabbodásához, ha ez
  - a. 40 évről 50 évre
  - b. 50 évről 60 évre történik? (851)
4. A matematikai információelméletben az  $n$  betűs ábécéből alkotott  $m$  számú karakterből álló hír információmennyiségét a  $H := m \cdot \log_2 n$  képlettel definiálták. (Hartley-képlet). A legegyszerűbb ábécé kétjelű ( $n:=2$ , mert egy jellel nem lehet hírt közölni). Ha ebből egy jelet kiválasztunk, ( $m:=1$ ), akkor megkapjuk a lehető legkisebb információs értékkel rendelkező hírt. Ez az információsérték  $\log_2 2 = 1$  lesz. Ezt az információmennyiséget nevezte el John W. Tukey 1 bit-nek (a „bilinear digit” rövidítése)
  - a. Mekkora a 90 számos lottó első, illetve második kihúzott számának információs értéke?
  - b. Hány betűs ábécé esetén lenne egy 5 karakterből álló hír információs értéke 15 bit? (864)
  - c. Mekkora egy hétjegyű telefonszám információs értéke?
5. A csillagászok az égitestek fényességét ún. magnitúdóban mérik. A régi görögök a legfényesebb csillagokat nevezték elsőrendűeknek, a szabad szemmel még éppen láthatókat hatodrendűeknek, vagyis a nagyobb szám jelzi a halványabb csillagot. A skála logaritmikus, vagyis minden magnitúdó változás (különbség) ugyanannyiszoros eltérést (hányados) jelent. 5 magnitúdó változás 100-szoros fényerősség változást jelent.
  - a. Hányszoros fényerőváltozást jelent egy magnitúdó változás?
  - b. A Nap -26,8 magnitúdós, a Hold -12,2. Hányszor fényesebb a Nap, mint a Hold? (876)
6. Egy lakásépítkezéshez 0,5%-os havi kamatra felvesszünk 10000000 Ft-ot, amit 10 év alatt részletekben fizetünk vissza.
  - a. Mennyi a havi törlesztőrészlet, ha minden hónap végé tőkésítik a kamatot?
  - b. Ha kamatot csak év végén számolnak, tehát az év közti befizetések csak egy összegben a következő évben kamatoznak, akkor mennyi lenne a havi részlet? Korrekt eljárás lenne ez a bank részéről?
  - c. Ha 5 év (félidő) után már van pénzem és meg akarok szabadulni az adósságtól, akkor mennyit kell kifizetnem egy összegben, hogy törlesszem a teljes tartozást? (877)