A logaritmus fogalma

Az $a^x = b$ alakú exponenciális egyenletek megoldásánál olyan *kitevőt* keresünk, amelyre az alapot felemelve *b*-t kapjuk. Tudjuk, hogy az egyenletnek $a > 0,\ \ a \neq 1,\ \ b > 0$ esetén van egy és csak egy megoldása. Egy tetszőleges pozitív számnak egy rögzített megfelelő alapra vonatkozó kitevőjét érdemes külön névvel is elnevezni. Ezt a kitevőt *logaritmusnak* nevezzük.

Definíció: A *b* pozitív szám *a* alapú (0 < *a* és *a* ≠ 1) logaritmusának nevezzük azt a kitevőt, amelyre *a* -t emelve *b* -t kapunk.
Jelölése: $\log_a b$
Röviden: $a^{\log_a b} = b \quad a > 0,\ \ a \neq 1,\ \ b > 0$

Alapok:

a. $log_5 625 \qquad log_2 1024 \qquad log_9 \frac{1}{3} \qquad log_{\frac{1}{4}} 64 \qquad log_{\frac{3}{4}} \frac{16}{9} \qquad log_8 16 = \frac{4}{3}$

b. $log_7 \mathrm{a} = 2 \qquad log_8 \mathrm{b} = -\frac{2}{3} \qquad log_{\frac{1}{16}} \mathrm{c} = -\frac{1}{2} \qquad log_\mathrm{d} 5 = \frac{1}{2} \qquad log_\mathrm{e} 4 = -1 \qquad log_\mathrm{f} \frac{9}{4} = -2$

c. $5^{log_5 7} \qquad \mathrm{e}^{ln 23} \qquad 10^{lg 203} \qquad 3^{log_3(-2)}$

d. $7^{2\cdot log_7 3} \qquad 100^{lg 4} \qquad 2^{log_4 9} \qquad \left(\frac{1}{3}\right)^{log_3 5} \qquad 5^{log_{25} 64}$

$\left(\frac{1}{3}\right)^{log_9 25} \qquad \left(\frac{1}{49}\right)^{log_7 5} \qquad 0{,}1^{lg 17} \qquad 6^{log_8 27}$

e. $log_2\left[log_2\left(log_2 16\right)\right] \qquad log_5\left[log_3\left(log_{11} 11^3\right)\right] \qquad lg\left[lg\left(lg 10^{\left(10^{10}\right)}\right)\right] \qquad log_5\left[log_2\left(log_6 \sqrt[32]{6}\right)\right]$

ÉT. vizsgálata:

$log_5\left(\mathrm{x}-2\right) \qquad log_7\left(\mathrm{x}+2\right) - log_7 \mathrm{x} \qquad lg \frac{\mathrm{x}-4}{3-\mathrm{x}} \qquad log_\mathrm{x}\left(\mathrm{x}^2 - 11\mathrm{x} + 24\right)$

Továbbiak:

$10^{1+lg 5} \qquad 3^{2-log_3 6} \qquad 5^{1-log_5 3} \qquad 4^{1+log_2 5} \qquad 2^{3-log_4 25} \qquad 3^{1+log_9 4} \qquad 7^{log_7 5 + log_{49} 16}$

$5^{3\cdot log_{25} 9 - 2\cdot log_5 4} \qquad 16^{log_4 5 - log_2 3} \qquad 9^{2-log_3 2} \qquad \sqrt{5^{4+log_5 4}} \qquad \sqrt[3]{10^{6-lg 27}}$

$log_\mathrm{a} \frac{\mathrm{a}^{-2}\cdot\left(\mathrm{a}^{-1}\right)^{-\frac{1}{2}}\cdot\sqrt{\mathrm{a}}}{\left(\mathrm{a}^{-3}\right)^2\cdot \mathrm{a}^{\frac{3}{2}}},\ \mathrm{a}>0,\ \mathrm{a}\neq 1; \qquad log_\mathrm{x}\left(\mathrm{x}^{-1}\cdot\sqrt[4]{\mathrm{x}\cdot\sqrt{\mathrm{x}^{-1}}}\right),\ \mathrm{x}<0,\ \mathrm{x}\neq 1$