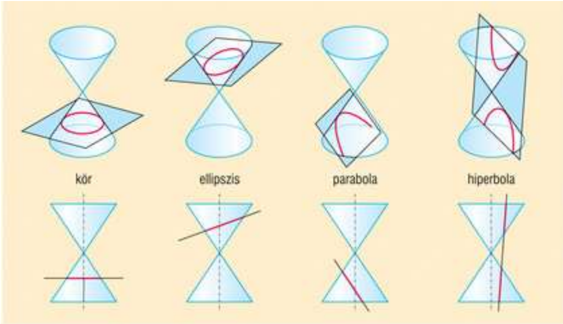
Kúpszeletek 1.

Parabola

1

1

Miért ez a nevük?



2

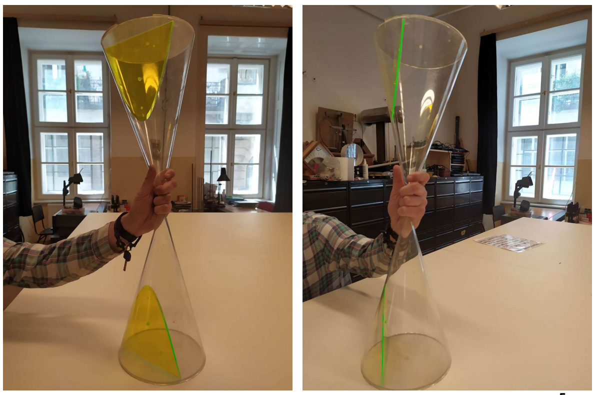
2

3

3

4

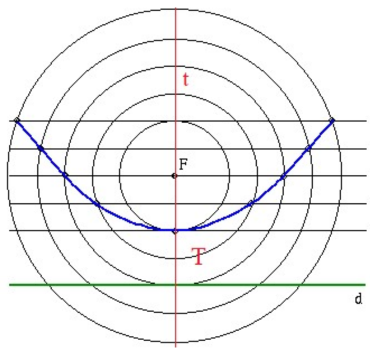
4



5

5

Parabola szerkesztése

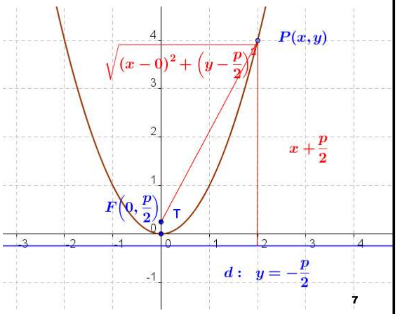


6

6

A *p* paraméterű parabola tengelyponti egyenlete

- a parabola szimmetriatengelye az y tengely
- T tengelypontja az origó
- fókusza az x tengely pozitív felére esik



7

7

$$\sqrt{(x-0)^2+\sqrt{\left(y-\frac{p}{2}\right)^2}}=\frac{p}{2}+y$$

$$x^2+y^2-py+\frac{p^2}{4}=\frac{p^2}{4}+py+y^2$$

$$x^2-py=py$$

$$x^2=2\cdot py \Rightarrow y=\frac{1}{2p}\cdot y^2$$

8

8

Normálparabola

- p ?
- F ?
- d ?

$$y=x^2 \quad \Leftrightarrow \quad y=\frac{1}{2p}\cdot x^2$$

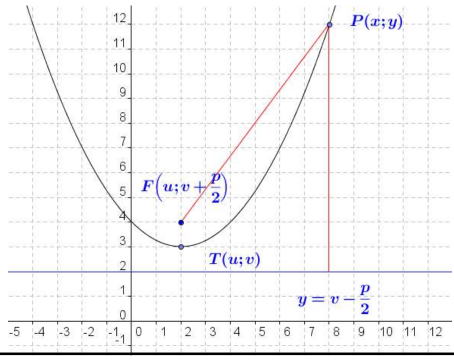
$$\frac{1}{2p}=1 \quad \Rightarrow \quad p=\frac{1}{2}$$

$$F\left(0\,;\frac{1}{4}\right) \qquad d:\quad y=-\frac{1}{4}$$

9

9

A parabola tengelypontjának koordinátái: *T(u;v)*



10

10

y tengellyel párhuzamos tengelyű T(u;v) tengelypontú parabola egyenlete

$$y-v=\frac{1}{2p}\cdot(x-u)^2$$

11

11

x tengellyel párhuzamos tengelyű T(u;v) tengelypontú parabola egyenlete

$$x-u=\frac{1}{2p}\cdot(y-v)^2$$

12

12

1. feladat

$$y = 2x^2 - 12x + 13 = 2\left[x^2 - 6x\right] + 13$$

$$y = 2\left[(x-3)^2 - 9\right] + 13 = 2(x-3)^2 - 18 + 13$$

$$y = 2(x-3)^2 - 5$$

$$y + 5 = 2(x-3)^2$$

$$T(3;-5) \qquad \frac{1}{2p} = 2 \ \Rightarrow p = \frac{1}{4}$$

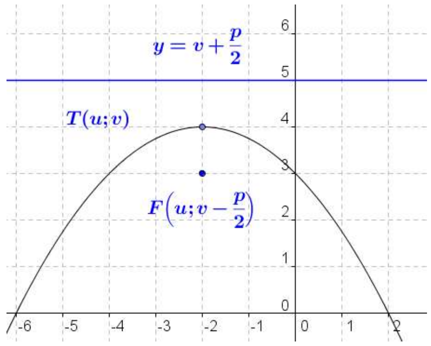
$$d: \quad y = v - \frac{p}{2} = -5 - \frac{1}{8} = -\frac{41}{8}$$

$$F\left(u; v + \frac{p}{2}\right) = \left(3; -\frac{39}{8}\right)$$

13

13

2. feladat

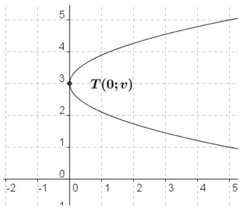


14

14

3.d. feladat

- Paramétere 2/5
- tengelypontjával érinti az y tengelyt, többi pontja az y tengelytől jobbra van.



$$x - u = \frac{1}{2p} \cdot (y - v)^2$$

$$p = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{1}{2p} = \frac{1}{2 \cdot \frac{2}{5}} = \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{5}{4} \cdot (y - v)^2$$

15

15

5. feladat

- Írd fel annak a parabolának az egyenletét, amelynek tengelye az x tengely, tengelypontja az origó, és átmegy a P(4,4) ponton

$$\text{Alakja}: x = \frac{1}{2p} \cdot x^2 \quad P(4;4)$$

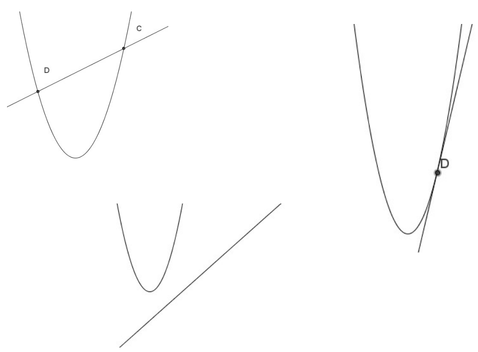
$$4 = \frac{1}{2p} \cdot 4^2 \quad \Rightarrow p = \frac{1}{4}$$

$$x = \frac{1}{4} \cdot y^2$$

16

16

Parabola és egyenes kölcsönös helyzete



17

17

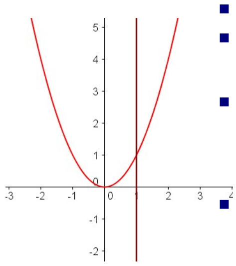
8. feladat

- Hány közös pontja van egy egyenletével adott parabolának és egy egyenesnek?
- A válasz a diszkrimináns értékétől függ!
- D=0,1,2
- Nincs, érintő, szelő
- ?? Igaz ez?

18

18

Parabola és egyenes kölcsönös helyzete



- Egy közös pontjuk van.
- D=0
- De NEM érintő!

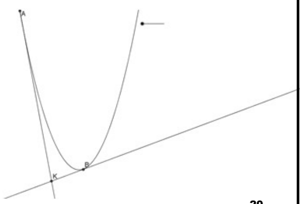
- Def: A parabola érintője olyan egyenes, amelynek egy közös pontja van a parabolával, de nem párhuzamos a parabola tengelyével
- Def: Egy parabola érintője olyan egyenes a síkon, amelynek egy adott parabolával egy és csak egy közös pontja van és minden más pontja külső pont.

19

19

Általános érintő definíció

- Def: Egy görbe adott pontjába húzható érintőjét (ha van ilyen) definiálhatjuk úgy is, mint az adott görbe adott pontjába húzott szelők határhelyzetét.
- Ez a parabolára is megállja a helyét.



20

20

9. feladat

- Egy paraboláról tudjuk, hogy tengelye párhuzamos az y tengellyel, és illeszkedik a A(1;5) és B(-5;2) és C(-3,1) pontokra.
- Írd fel az egyenletét!

$$y - v = \frac{1}{2p}\cdot(x-u)^2 \quad \text{3 ismeretlen}$$

- Eléggé bonyolult lesz!! ☹

$$\text{I.}\quad 5 - v = \frac{1}{2p}\cdot(1-u)^2$$

$$\text{II.}\quad 2 - v = \frac{1}{2p}\cdot(-5-u)^2$$

$$\text{I.}\quad 1 - v = \frac{1}{2p}\cdot(-3-u)^2$$

21

21

9. feladat másképp

$$y = a\cdot x^2 + b\cdot x + c$$

$$\text{I.}\quad 5 = a\cdot 1^2 + b\cdot 1 + c$$

$$\text{II.}\quad 2 = a\cdot(-5)^2 + b\cdot(-5) + c$$

$$\text{I.}\quad 1 = a\cdot(-3)^2 + b\cdot(-3) + c$$

- Így egyszerűbb a számolás!

22

22

10. feladat

- Írd fel az $y = \frac{x^2}{4}$ egyenletű parabolát a parabola E(2;1) pontjában érintő egyenes egyenletét!
- A legegyszerűbb deriválással meghatározni a meredekséget, majd behelyettesíteni az adott pontot!
- A másik módszer a köröknél már vett paraméteres másodfokú egyenletre vezető módszer.
  - Most „ágyúval verébre” nem lövünk…

23

23

11. feladat

- Írd fel az $y = \frac{x^2}{4}$ egyenletű parabolát érintő és a P(4;3) pontra illeszkedő egyenes(ek) egyenletét!

- Itt a deriválás nem segít, hiszen nem tudjuk az egyenes mely parabolapontban érint. ☹
- Marad a másik módszer
  - Na ezért kellett már a köröknél megtanulni.

24

24

11. feladat

- Keressük az egyenest: $y = m \cdot x + b$ alakban
- Ennek és a parabolának $y = \frac{x^2}{4}$ egy közös pontja van.
- Tudjuk, az egyenes átmegy a P(4;3) ponton, ebből *b*-t kifejezzük *m* segítségével.
- Megoldjuk az m-re másodfokú egyenletünket.
- 2 megoldást kapunk, hiszen 2 érintő húzható a parabolához egy külső pontból.

25

25

Eddig elég lesz !!

☺

26

26