Dolgozat ízű feladatsor

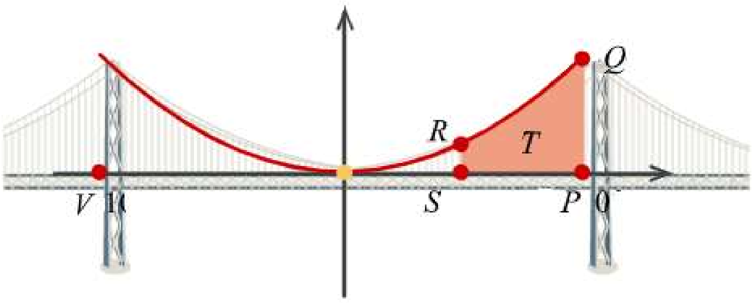
Ennek a példasornak a kidolgozására több időt kapnátok, mint 45 perc.
Szerintem 3 db példa lesz pénteken, csak a példatípusok bemutatása miatt írtam most többet.
A következő oldalon ott vannak a végeredmények, és ha még egyet lapozol, ott részletes megoldását találod az összes példának. Nyilván csak akkor nézd meg az eredményeket, ha készen vagy, és pláne csak akkor nézd meg a kidolgozást, ha magad nem boldogulsz.

1. Add meg annak a függőleges tengelyű parabolának az egyenletét, melynek tengelypontja a T(3;4) pont, és átmegy a P(9,10) ponton.

2. Az $f(x) = x^2 - 12x + 27$ függvény grafikonja a derékszögű koordinátarendszerben parabola.
   a. Add meg a parabola jellemző adatait. (p, v, F).
   b. Add meg a parabola 5-ös abszcisszájú pontjába húzott érintőjének egyenletét!

3. Határozd meg a P(9;2) pontból az $y = \frac{1}{36} \cdot x^2$ parabolához húzható érintők egyenletét!
   a. Számítsd ki az érintők hajlásszögét!

4. Egy elújításra váró függőhíd két támpillérének távolsága VP=200 m. A fő tartókábel alakja egy olyan parabolának az íve, melynek a tengelypontja a VP felezőpontja, tengelye pedig a VP felezőmerőlegese. A kábel tartópillérének legnagyobb magassága PQ=16 m, a felújításhoz PS=50 m széles védőhálót feszítenek ki. A tervek szerint a háló a QR íven felfüggesztett PQRS területet fedi majd be. Hány m^2 területű háló kell, ha a rögzítések miatt 8% veszteséggel kell számolnunk?



Megoldások:

1. $y-4=\frac{1}{6}\cdot(x-3)^2$

2.
   a. $F(6;-8,75)$ $p=\frac{1}{2}$ $v:\ y=-9,25$

   b. $y=-2x+2$

3. $e_1:\ 2x-3y=12$ $e_2:\ x-3y=3$ Bezárt szög: $15,26^\circ$

4. 507,25 m^2 területű háló kell

Magyarázatok:

1.

Mivel a parabolánk tengelypontja a $T(3,4)$ és áthalad a $P(9,10)$ ponton, így biztos, hogy valahogy így néz ki....

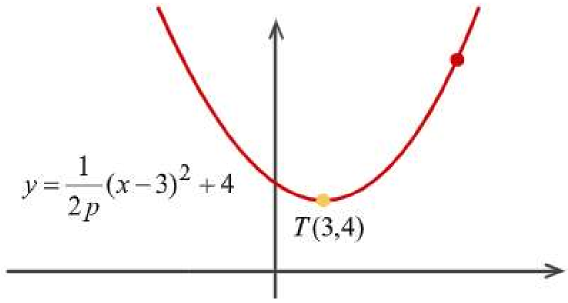
Már csak a paraméterét kéne valahogyan kideríteni...

Ha a P pont koordinátáit behelyettesítjük a parabola egyenletébe, meg is kapjuk:

$p=3$

Szóval a parabola egyenlete:

$$y=\frac{1}{6}(x-3)^2+4$$



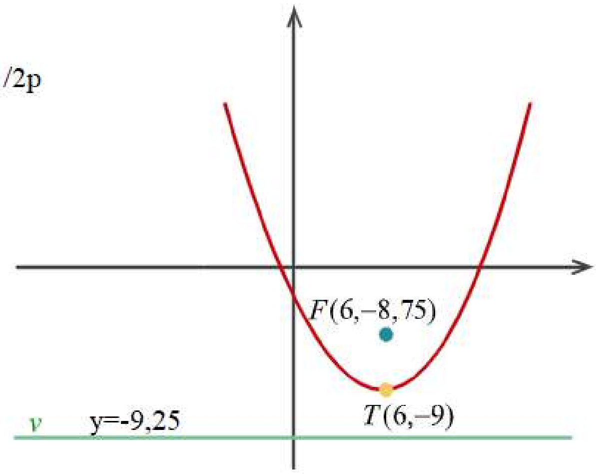
2.

Először is határozzuk meg a parabola tengelypontját
Ehhez teljesnégyzet alakra hozzuk:

$x^2-12x+27=1(x-6)^2-9$

Már csak a paraméter kell 1=1/2p

$$p=\frac{1}{2}$$



b. Az 5-ös abszcissza azt jelenti, hogy a parabola egy olyan pontja, melynek első koordinátája=5. Helyettesítsük be a parabola egyenletébe, és $y=25-60+27=-8$ -at kapunk, tehát a parabola pontja: P(5;-8)

Keressük az érintőt: $y=m\cdot x+b$ alakban és az érintő meredekségét a görbe deriváltjának helyettesítési értéke adja az adott pontban. $y'=2x-12$ $y'(5)=10-12=-2$ $m=-2$ Tehát egyenesünk $y=-2x+b$ alakú. Helyettesítsük be a P(5;-8) pontot x és y helyébe: $-8=-2\cdot 5+b$ $b=2$ Tehát az érintő egyenlete: $y=-2x+2$

3. A $P(9; 2)$ ponton átmenő egyenessereg paraméteres egyenlete $y-2=m(x-9)$, $y=mx-9m+2$, ahol $m \in \mathbf{R}$. Az m értékét úgy kell meghatározni, hogy az $\left.\begin{array}{l} y=mx-9m+2 \\ 36y=x^2 \end{array}\right\}$ egyenletrendszernek pontosan egy megoldása legyen. Az egyenletrendszerhez tartozó diszkrimináns: $D=36^2m^2-4\cdot 36(9m-2)=0$, ha $m_1=\frac{2}{3}$, $m_2=\frac{1}{3}$. Az érintő egyenlete: $2x-3y-12=0$, vagy $x-3y-3=0$.

$$\vec{n}_{e_1}(2;-3) \quad \vec{n}_{e_2}(1;-3) \quad 2\cdot 1+(-3)\cdot(-3)=11$$

$$\left|\vec{n}_{e_1}\right|=\sqrt{2^2+(-3)^2}=\sqrt{13}$$

$$\left|\vec{n}_{e_2}\right|=\sqrt{1^2+(-3)^2}=\sqrt{10}$$

$$11=\sqrt{13}\cdot\sqrt{10}\cdot\cos\alpha$$

$$\alpha=15,26^\circ$$

4.

A parabola tengelypontja az $U(0,0)$ pont, így egyenlete:

$$y=\frac{1}{2p}x^2$$

Mivel a $Q(100,16)$ rajta van a parabolán, így az egyenletét kielégíti:

$$16=\frac{1}{2p}\cdot 10000$$

$$p=312,5$$

A parabola tengelypontja az $U(0,0)$ pont, így egyenlete:

$$y=\frac{1}{625}x^2$$

Most pedig integrálunk...

$$\int_{50}^{100}\frac{1}{625}x^2\,dx=$$

$$\frac{1}{625}\int_{50}^{100}x^2\,dx=\frac{1}{625}\left[\frac{x^3}{3}\right]_{50}^{100}=\frac{1400}{3}=466,67$$

Ennyi tehát a vászon területe.
De még a 8%-os veszteséggel számolnunk kell:

$466,67 : 0,92 = 507,25$ m²

Ennyi területre lesz szükség.