

Négyzetgyök, n-edik gyök

1. Végezd el a következő gyökkvonásokat!

$$\sqrt[3]{-\frac{27}{8}} \quad \sqrt[4]{-16} \quad \sqrt[3]{0,125} \quad \sqrt[3]{-128} \quad \sqrt[10]{0} \quad \sqrt[6]{-1}$$

$$\sqrt[3]{a^3}, \quad \sqrt[4]{b^4}, \quad \sqrt[5]{c^5}, \quad \sqrt[6]{d^6}, \quad \sqrt[4]{e^8}, \quad \sqrt[7]{f^{21}}, \quad \sqrt[k]{a^k} \quad k \text{ páros / páratlan egész}, \quad \sqrt[p]{x^{2p}} \quad p \in \mathbb{Z} \quad p \geq 2$$

2. Vidd ki a gyökjegy elé a lehetséges szorzótényezőket! (Az egyes gyökök alatti hatványalapok pozitívak.)

$$\sqrt[3]{54}, \quad \sqrt[5]{64}, \quad \sqrt[4]{64x^9}, \quad \sqrt[3]{16a^2b^4}, \quad \sqrt[k]{a^{k+1}}, \quad \sqrt[p]{x^{p+q}}, \quad \sqrt[n+1]{k^{n+3}}, \quad \sqrt[k]{c^{3k+1}d^{2k+3}}, \quad \sqrt[k+2]{x^{2k+5}y^{k+3}}$$

3. Vidd be a gyökjel előtti szorzótényezőket a gyök alá! (Az egyes gyökök alatti hatványalapok pozitívak.)

$$2 \cdot \sqrt[3]{2}, \quad \frac{2}{3} \cdot \sqrt[4]{\frac{3}{2}}, \quad c^2 \cdot \sqrt[5]{c}, \quad x^4 \cdot y^5 \cdot \sqrt[8]{x^3 \cdot y^7}, \quad \frac{ab^2c^3}{xy^4} \cdot \sqrt[6]{\frac{x^3}{abc}}$$

4. Hozd egyszerűbb alakra a kifejezéseket!

$$a. \sqrt[6]{\frac{64 \cdot a^9 \cdot b^2}{a^7}} \cdot \sqrt[6]{\frac{a^{10}}{b^8}} = \quad a \neq 0, \quad \text{és} \quad b \neq 0$$

$$b. \sqrt{\frac{a}{b}} \cdot \sqrt[3]{\frac{a^2}{b^2}} \cdot \sqrt[4]{\frac{b^3}{a^3}} = \quad a > 0, \quad \text{és} \quad b > 0$$

$$c. \sqrt[3]{a^2 - b^2} \cdot \sqrt[3]{\frac{a^2 - 2ab + b^2}{a + b}} = \quad a + b \neq 0$$

$$d. \sqrt[3]{a \sqrt{a} \sqrt[4]{a}} = \quad a > 0$$

5. Számológép használata nélkül dönts el melyik a nagyobb?

$$a. A = 3 \cdot \sqrt[4]{2} \quad \text{vagy} \quad B = 2 \cdot \sqrt[4]{10}$$

$$b. A = \sqrt{\sqrt[4]{16}} \quad \text{vagy} \quad B = \sqrt[3]{\sqrt{27}}$$

$$c. A = \frac{8}{\sqrt{14} + \sqrt{6}} \quad \text{vagy} \quad B = \frac{6}{\sqrt{13} + \sqrt{7}}$$

$$6. \text{ Végezd el a műveletet: } a. \sqrt[4]{6 + \sqrt{20}} \cdot \sqrt[4]{6 - 2\sqrt{5}} =$$

$$b. (\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}) \cdot (\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}) =$$

7. Gyöktelenítsd a következő törtek nevezőjét!

a. $\frac{3}{\sqrt[3]{9}} =$ b. $\frac{15}{\sqrt[4]{125}} =$ c. $\frac{b}{a \cdot \sqrt[6]{a}} =$ d. $\frac{x}{\sqrt[n]{x}} =$

8. Ábrázold és jellemezd az $f(x) = x^4 - 1$ és a $g(x) = \sqrt[4]{x-1}$ függvényeket.

9. Mely valós számokra értelmezhető az alábbi kifejezés? $\sqrt{-x^2 - x + 6}$

10. Számológép használata nélkül számold ki a következő kifejezések pontos értékét!

a. $(2\sqrt{72} - \sqrt{125} + 3\sqrt{20}) \cdot (6 \cdot \sqrt{18} - \sqrt{45} + \sqrt{20} - \sqrt{72}) =$ b. $(\sqrt{15 + 10\sqrt{2}} - \sqrt{15 - \sqrt{200}})^2 =$

c. $\frac{(11 - \sqrt{85}) \cdot (\sqrt{17} + \sqrt{5})}{\sqrt{17} - \sqrt{5}} =$ d. $(\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{2}) \cdot (\sqrt[3]{25} + \sqrt[3]{10} + \sqrt[3]{4}) =$

e. $(\sqrt[4]{405} - \sqrt[4]{80} - \sqrt[4]{512} + \sqrt[4]{162}) \cdot (\sqrt[4]{5} + \sqrt[4]{162} - \sqrt[4]{32}) \cdot (\sqrt{5} + \sqrt{2}) =$

11. Számológép használata nélkül dönts el melyik a nagyobb?

$$A = \frac{8}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} \quad \text{vagy} \quad B = \sqrt{80} + \sqrt{48}$$

12. Végezd el az alábbi műveletet! (Írd fel egyetlen gyökjel segítségével)

a. $\sqrt{x \sqrt[3]{x^2} \sqrt[4]{x}} =$ b. $\frac{\sqrt{x^3} \cdot \sqrt[5]{x} \cdot \sqrt[6]{x}}{\sqrt[3]{x^2}} =$

13. Végezd el az alábbi műveletet! (Z.412.)

$$\left(\frac{\sqrt{y} + 2}{\sqrt{y} - 1} - \frac{2}{y - 1} \right) : \frac{\sqrt{y} + 3}{y - 1} = \quad y \geq 0; \quad y \neq 1$$

Megoldások:

1. $-\frac{3}{2}$, nincs, $\frac{1}{2}$, -2 , 0 , nincs, a , $|b|$, c , $|d|$, e^2 , f^3 , $|a|$, x^2

2. $3 \cdot \sqrt[3]{2}$, $2 \cdot \sqrt[5]{2}$, $2x^2 \cdot \sqrt[4]{4x}$, $2b \cdot \sqrt[3]{2a^2b}$, $a \cdot \sqrt[k]{a}$, $x \cdot \sqrt[p]{x^q}$, $k \cdot \sqrt[n+1]{k^2}$, $c^3d^2 \cdot \sqrt[k]{cd^3}$, $x^2y \cdot \sqrt[k+2]{xy}$

3. $\sqrt[3]{16}$, $\sqrt[4]{\left(\frac{2}{3}\right)^3}$, $\sqrt[5]{c^{11}}$, $\sqrt[8]{x^{35}y^{47}}$, $\sqrt[6]{\frac{a^5b^{11}c^{17}}{x^3y^{24}}}$

4. a. $\frac{2a^2}{|b|}$ b. $\sqrt[12]{\frac{a^5}{b^5}}$, $a-b$, $\sqrt[24]{a^{13}}$

5. a. az első b. a második c. az első

6. a. 2 b. 1

7. a. $\sqrt[3]{3}$, b. $3 \cdot \sqrt[4]{5}$, c. $\frac{b \cdot \sqrt[6]{a^5}}{a^2}$ d. $\sqrt[n]{x^{n-1}}$

8. $x \in R \mid x \in [-3; 2]$

9. a. 283 b. 20 c. 6 d. 3 e. 3

10. egyenlők

11. a. $\sqrt[8]{x^7}$ b. $\sqrt[5]{x^6}$

12. \sqrt{y}

További gyakorlás (azoknak, akik kicsit elfelejtették a tavalyiakat)

1. Számológép használata nélkül dönts el, melyik a nagyobb! Állításodat indokold!

a. $\frac{1}{3} \cdot \sqrt{54}$ vagy $\frac{1}{5} \cdot \sqrt{125}$ b. $\frac{5}{\sqrt{12} - \sqrt{7}}$ vagy $4 \cdot \sqrt{3}$

2. Számold ki a következő kifejezés pontos értékét!

$$(\sqrt{80} - \sqrt{3} - \sqrt{45})(\sqrt{75} + \sqrt{5} - \sqrt{48}) =$$

3. Végezd el a számításokat!

a. $\left(\sqrt{15 - \sqrt{56}} + \sqrt{15 + \sqrt{56}}\right)^2 =$ b. $\frac{(\sqrt{7} + \sqrt{3}) \cdot (20 - 2\sqrt{84})}{(\sqrt{7} - \sqrt{3})} =$

c. $\sqrt{2 + \sqrt{3}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}} \cdot \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}}$ (859.b)

4. Add össze a következő törtet a változók lehetséges értékei mellett!

$$\frac{\sqrt{a+3}}{\sqrt{a+2}} - \frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a-2}} + \frac{2 \cdot \sqrt{a+15}}{a-4} = \quad a \geq 0, a \neq 4$$

5. Határozd meg az alábbi kifejezések értelmezési tartományát! Ábrázold számegyenesen!

a. $\sqrt{|x|-3}$ b. $\sqrt{x^2-2x+1}$ c. $\sqrt{x^2-8x+7}$ d. $\sqrt{\frac{x-2}{x+3}}$ e. $\sqrt{\frac{x^2-7x+6}{-x^2+11x-24}}$

6. Bizonyítsd be!

$$\frac{125+51 \cdot \sqrt{6}}{5-\sqrt{6}} = \left(\frac{1}{5-2 \cdot \sqrt{6}} \right)^2$$

Megoldások:

1. a. az első

b. a második

2. 2

3. a. 56

b. 8

c. 1

4. $\frac{7}{a-4}$

5. a. $|x| \geq 3$ b. $x \in \mathbb{R}$ c. $x \leq 1$ vagy $x \geq 7$ d. $x \geq 2$ vagy $x < -3$ e. $1 \leq x \leq 3$ vagy $6 \leq x \leq 8$

6. igaz