

Szakasz hossza, vektorok szöge, szakasz osztópontjai, háromszög súlypontja

3574 Igazoljuk, hogy az alábbi pontok egy egyenlő szárú háromszög csúcsai:

- a) $A(-2; -4)$, $B(5; -3)$, $C(-1; 3)$; b) $A(-4; -2)$, $B(1; 1)$, $C(-1; 3)$;
c) $A(-2; 1)$, $B(2; 3)$, $C(0; -3)$.

Van-e a háromszögek között olyan, amelyek derékszögű? Ha igen, akkor melyek?

3575 Az alábbi pontokról számításokkal döntsük el, hogy melyek illeszkednek az $O(-5; -1)$ középpontú, 13 sugarú körre:

- a) $(0; 11)$; b) $(-17; 4)$; c) $(6; -5)$; d) $(7; -6)$.

3579 Számítsuk ki a következő vektorok által bezárt szög nagyságát egy tizedes pontossággal:

- a) $\vec{a}(0; 5)$ és $\vec{b}(-3; 0)$; b) $\vec{a}(1; 3)$ és $\vec{b}(-6; 2)$;
c) $\vec{a}(-2; 3)$ és $\vec{b}\left(1; -\frac{3}{2}\right)$; d) $\vec{a}(7; -2)$ és $\vec{b}(-3; 8)$;
e) $\vec{a}(-1; -5)$ és $\vec{b}(-3; -2)$; f) $\vec{a}(-3; 7)$ és $\vec{b}(-2; -1)$.

3594 Az $A(-4; 7)$ pontot tükrözzük az

- a) origóra; b) $(5; -2)$ koordinátájú pontra.

Írjuk fel a tükörkép koordinátáit az egyes esetekben.

3595 Egy szakasz végpontjának koordinátái: $A(2006; 2009)$ és $B(2020; 2001)$. Az A pontot tükrözzük az AB szakasz

- a) A -hoz legközelebbi; b) B -hez legközelebbi negyedelőpontjára.

Írjuk fel a tükörkép koordinátáit az egyes esetekben.

3596 Írjuk fel az AB szakasz harmadolópontjainak koordinátáit, ha

- a) $A(3; 2)$ és $B(12; 4)$; b) $A(-2; -5)$ és $B(5; -8)$;
c) $A\left(-\frac{1}{5}; \frac{2}{3}\right)$ és $B\left(\frac{4}{9}; -4\right)$.

3597 Írjuk fel az AB szakasz B végpontjának koordinátáit, ha ismertek az A pont, valamint az AB szakasz A -hoz közelebbi H harmadolópontjának koordinátái:

- a) $A(-6; -2)$ és $H\left(\frac{2}{3}; \frac{5}{3}\right)$; b) $A(-1; 7)$ és $H(1; -1)$.

3603 Számítsuk ki a háromszög súlypontjának koordinátáit, ha csúcspontjai:

- a) $A(-4; -2)$, $B(7; 1)$ és $C(3; 10)$;
b) $A(-\sqrt{32}; \sqrt{8})$, $B(2 \cdot \sqrt{8}; -\sqrt{18})$ és $C(0; \sqrt{2})$;
c) $A\left(\frac{4}{5}; -\frac{2}{3}\right)$, $B\left(-\frac{2}{15}; \frac{1}{4}\right)$ és $C\left(\frac{3}{5}; \frac{5}{6}\right)$.

3604 Számítsuk ki az ABC háromszög A csúcspontjának koordinátáit, ha adott B és C csúcsának, valamint S súlypontjának koordinátái:

- a) $B(-2; 5)$, $C(8; 5)$ és $S(2; 4)$; b) $B(-3; -4)$, $C(1; 2)$ és $S\left(-\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

3566 A derékszögű koordináta-rendszerben egy pont egyenes vonalú egyenletes mozgást végez. A megfigyelés kezdetén helyvektorának koordinátái $(-3; 5)$, a következő másodpercben a test a $(-1; 6)$ koordinátájú pontban tartózkodik.

- Adjuk meg a test sebességvektorának koordinátáit.
- Melyik pontban lesz a test a megfigyelés kezdetét követő harmadik másodpercben?
- Mozgása során áthalad-e a test a $(11; 12)$ koordinátájú ponton?

3577 Határozzuk meg α értékét úgy, hogy az $\vec{a}(\sqrt{2} + 2; \sqrt{2})$ és a $\vec{b}(-1; \alpha)$ koordinátájú vektorok merőlegesek legyenek egymásra.

3570 Hány olyan pont van a koordináta-rendszerben, amely az alábbi pontokkal együtt paralelogrammát alkot: $(-1; -1)$, $(5; 1)$, $(2; 4)$? Adjuk meg az ilyen tulajdonságú pontok koordinátáit.

3571 Tekintsük a következő 2009 vektort:

$$\vec{v}_1\left(\sqrt{1}; \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{1}}\right), \vec{v}_2\left(\sqrt{2} - \sqrt{1}; \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}\right), \dots, \vec{v}_{2009}\left(\sqrt{2009} - \sqrt{2008}; \frac{1}{\sqrt{2010} + \sqrt{2009}}\right).$$

- Számítsuk ki a $\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \dots + \vec{v}_{2009}$ vektor koordinátáit.
- Melyik koordinátatengelyhez van közelebb a fenti összegvektorral megegyező helyvektor végpontja?

3587 Adottak a koordinátasík A és B pontjai, amelyeknek koordinátáira: $A(-3; 2)$ és $B(5; 3)$.

- Melyek a koordinátái annak az x tengelyre illeszkedő P pontnak, amelyre a $PA^2 + PB^2$ összeg a lehető legkisebb?
- Mennyi az $a)$ feladatban szereplő összeg minimuma?

3590 Adott egy AB szakasz, amelynek hossza $2 \cdot R$. Vegyünk fel egy koordináta-rendszert, amelynek x tengelye tartalmazza az AB szakaszt, kezdőpontja pedig egybeesik annak felezőpontjával. Az AB átmérőjű kör egy C pontjának koordinátáira: $C(c_1; c_2)$.

- Írjuk fel az A és B pontok koordinátáit.
- Írjuk fel a \vec{CA} és \vec{CB} vektorok koordinátáit.
- Számítsuk ki a $\vec{CA} \cdot \vec{CB}$ skaláris szorzat értékét.
- Melyik nevezetes elemi geometriai tétel állítására következtethetünk a kiszámított skaláris szorzatból? Hogyan?

3613 A koordináta-rendszerben kijelöljük az $A(-2; -5)$ és $B(5; 8)$ pontokat. Számítsuk ki a P pont koordinátáit, ha az $\frac{AP}{PB}$ tört értéke

$$a) \frac{1}{2}; \quad b) \frac{2}{3}; \quad c) \frac{4}{5}.$$

3614 Írjuk fel az AB szakasz B végpontjának koordinátáit, ha $A(-3; 0)$, továbbá $AP:PB = 2:3$ és a P pont koordinátái $(1; -2)$.

3616 Az $ABCD$ négyszög AB , BC , CD oldalának felezőpontja rendre: $E(-3; 1)$, $F(2; -2)$, $G(3; 2)$.

- Számítsuk ki az AD oldal felezőpontjának koordinátáit.
- Milyen négyszöget alkot a négy oldalfelező pont?

3617 Bizonyítsuk be koordináta-geometriai módszerekkel a következő elemi geometriai tételeket.

- Bármely négyszög oldalfelező pontjai paralelogrammát alkotnak.
- Bármely négyszög átlóinak felezőpontját összekötő szakasz felezőpontja egybeesik a négyszög oldalfelező pontjai által meghatározott paralelogramma középpontjával.
- A trapéz szárait összekötő középvonala párhuzamos a trapéz alapjaival, továbbá a középvonal hossza a trapéz alapjai hosszának számtani közepe.