Műveletek vektorokkal **Ismétlés** „Remélem”

Már ismerjük a vektorokat, (helyvektorok, szabadvektorok) tudunk velük műveleteket végezni (összeadás, kivonás, számmal való szorzás).

1. Egy ABCD paralelogramma A csúcsából induló élvektorok legyenek $\vec{a}$ *és* $\vec{b}$ ($\vec{AB} = \vec{a}$ $\vec{AD} = \vec{b}$) Jelölje F a BC oldal felezőpontját, H pedig a DC oldal C-hez közelebbi harmadolópontját. Fejezd ki $\vec{a}$ *és* $\vec{b}$ segítségével az alábbi vektorokat! $\vec{AC}$; $\vec{BD}$; $\vec{DH}$; $\vec{FC}$; $\vec{AF}$; $\vec{AH}$; $\vec{FD}$; $\vec{HF}$; $\vec{BH}$;

2. Az $\vec{a}$ *és* $\vec{b}$ egységvektorok 30°-os szöget zárnak be egymással. Milyen hosszú, és mekkora szöget zár be az $\vec{a} + \vec{b}$ *és az* $\vec{a} - \vec{b}$ vektor?

3. Egy ABC szabályos háromszögben legyen $\vec{AB} = \vec{a}$; $\vec{AC} = \vec{b}$; Jelölje F a BC oldal felezőpontját, S pedig a háromszög súlypontját. Fejezd ki $\vec{a}$ *és* $\vec{b}$ segítségével az alábbi vektorokat!
   $\vec{AF}$; $\vec{CB}$; $\vec{BF}$; $\vec{AS}$; $\vec{FS}$; $\vec{SC}$; $\vec{BS}$;

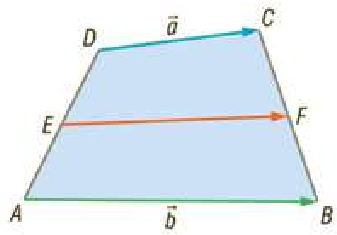
4. Adott egy AB szakasz és egy O pont. Az O pontból induló A-ba és B-be mutató helyvektorok $\vec{a}$ *és* $\vec{b}$. Írd fel ezek segítségével a szakasz
   a. felezőpontjába
   b. A-hoz közelebbi harmadolópontjába
   c. B-hez közelebbi harmadolópontjába
   d. hosszát 2:3 arányban osztó pontba
   e. hosszát p:q arányban osztó pontba mutató helyvektorokat!

5. Az ABC háromszögben adott az AB és az AC oldal aránya: $\left(\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \dfrac{3}{4}\right)$. Húzzuk be az A csúcsból kiinduló belső szögfelezőt, ez a BC oldalt D-ben metszi. Fejezd ki a $\overrightarrow{AD}$ vektort $\overrightarrow{AB}$ és $\overrightarrow{AC}$ vektor segítségével!

6. Adott egy háromszög és egy O pont. Az O pontból induló A-ba és B-be és C-bemutató helyvektorok $\vec{a}$; $\vec{b}$ *és* $\vec{c}$. Írd fel ezek segítségével a háromszög súlypontjába mutató vektort!

7. Egy $ABCD$ tetraéderben $\overline{DA} = \vec{a}$, $\overline{DB} = \vec{b}$ és $\overline{DC} = \vec{c}$. Tekintsük az ABC alaplap éleinek felezőpontjai által meghatározott háromszög S súlypontját. Fejezzük ki a $\overline{DS}$ vektort az $\vec{a}$, $\vec{b}$ és $\vec{c}$ vektorokkal.

8. Az $\vec{a}$ és $\vec{b}$ vektorok az ábrán látható $ABCD$ négyszög szemközti oldalainak vektorai. Fejezzük ki a négyszög $\overrightarrow{EF}$ középvonalának vektorát az $\vec{a}$ és $\vec{b}$ vektorokkal.



9. Egy 2008 oldalú sokszög oldalainak felezőpontja rendre $F_1, F_2, ..., F_{2007}, F_{2008}$. Adjuk meg a következő összeget:

$$\overrightarrow{F_1F_2} + \overrightarrow{F_2F_3} + \ldots + \overrightarrow{F_{2007}F_{2008}} + \overrightarrow{F_{2008}F_1}.$$

10. Bizonyítsd be, hogy egy tetraéder két szemközti élpárjának felezőpontjai paralelogrammát alkotnak.

11. ♥Az ABC háromszög BC, CA és AB oldalain jelöljünk ki egy-egy A’, B’ és C’ pontot úgy, hogy ezek a pontok a megfelelő oldalakat valamely körüljárási irányban azonos arányban osszák. Bizonyítsuk be, hogy az AA’, BB’ és CC’ szakaszokat háromszöggé lehet összetolni.

12. ♥Rajzoljunk egy háromszög oldalaira kifelé négyzeteket. Bizonyítsuk be, hogy a négyzeteknek a háromszög csúcsaitól különböző csúcsai olyan hatszöget határoznak meg, amelynek minden, a négyzet oldalaitól különböző oldala a háromszög egy-egy súlyvonalának a kétszerese!

13. ♥Az ABC háromszög oldalainak hossza a szokásos jelölésekkel *a, b* és *c*. Egy tetszőleges, de rögzített O vonatkoztatási pontból az ABC háromszög A,B és C csúcsaiba mutató vektorok legyenek rendre $\vec{a},\ \vec{b}\ \ \text{és}\ \ \vec{c}$. Adjuk meg az O pontból a háromszög beírt körének középpontjába mutató vektort az $\vec{a},\ \vec{b}\ \ \text{és}\ \ \vec{c}$ segítségével!