Másodfokú problémák

1. Határozzuk meg a p paraméter értékét úgy, hogy az $x^2 + 2px + 2 - p = 0$ egyenlet valós gyökeire teljesüljön, hogy (G. 1281)
   a. mindkettő pozitív
   b. mindkettő negatív
   c. különböző előjelűek
   d. az egyik gyök 0.

2. Hogyan függ a p paraméter értékétől a $\left(p^2 - 1\right)x^2 + \left(1 - p\right)x + p - 1 = 0$ egyenlet megoldásszáma? (G.1295)

3. Oldd meg az alábbi másodfokú egyenletrendszert! (G. 1326.)

$$(1)\ x^2 + x \cdot y - y^2 = -5$$
$$(2)\ 2 \cdot x^2 - 3 \cdot y^2 = -25$$

4. Bizonyítsd be, hogy ha $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ac$, akkor $a = b = c$ (G. 1416.)

Négyzetgyökök haladóknak

1. Mely pozitív egész *n* értékekere teljesül, hogy

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{n-1}+\sqrt{n}} = 9$$ (2123.)

2. Hány olyan x valós szám van, amelyre a valós számok halmazán értelmezett alábbi függvény értéke egész szám? (2124.)

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 100} - \sqrt{x^2 + 1}$$

3. Fejezd ki a-val és b-vel az : (2122.)

$f(x) = \sqrt{x-3} + \sqrt{x-7}$ kifejezést, ha $x = \dfrac{a^4 + 20a^2 + 16}{4a^2}$ és $0 < a \le 2$

Arany Dani feladatok:

4. Oldjuk meg a következő egyenletrendszert:

$$\begin{cases} x + 2\sqrt{y} = 2 \\ 2\sqrt{x} + y = 2 \end{cases}$$

5. Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet.

$$\sqrt{x^2 - 3x + 3} + \frac{x}{\sqrt{x^2 - 3x + 3}} = 2\sqrt{x}$$

6. Oldjuk meg a valós számok halmazán a következő egyenlőtlenséget!

$$x^2 \le \{x + 2018\} \cdot (2[x] + \{x\})$$

(Az $[a]$ kifejezés az a szám egészrészét adja meg, amely definíció szerint az a számnál nem nagyobb legnagyobb egész számot jelenti. Az $\{a\}$ szám az a szám törtrészét határozza meg, amelyet úgy kaphatunk meg, hogy az a valós számból kivonjuk ez egészrészét.)