

Gyakorlás

1. Ábrázold pontosan (teljes négyzetté alakítással) az alábbi valós számokon értelmezett függvényeket!

$$f(x) = x^2 + 2x - 3 \qquad g(x) = -3x^2 - 12x - 9$$

2. Oldd meg a következő másodfokú egyenlőtlenségeket!

$$35x^2 - 46x + 15 \leq 0 \qquad -x^2 - 9x + 10 > 0$$

3. Oldd meg az alábbi másodfokú, vagy arra vezető egyenleteket!

a. $\frac{(x-1)^2}{4} - \frac{3x+1}{8} = 2$ b. $2 \cdot \frac{12+6a}{a^2-9} - 5 \cdot \frac{a}{a+3} + \frac{a+7}{3-a} = 0 \quad a \in \mathbb{R}^+;$ c. $25x^4 + 74x^2 - 3 = 0$

4. Egyszerűsítsd a következő törtet!

$$\frac{3x^2 - 13x - 10}{2x^2 - 7x - 15}$$

5. Az egyenletek megoldása nélkül határozzuk meg az $x_1^2 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_2^2$ és az $x_1^2 + x_2^2$ kifejezés értékét a következő egyenlet valós gyökeinek segítségével:

$$-2x^2 - x + 6 = 0$$

6. Adott a valós számok halmazán értelmezett $f(x) = x^2 + bx + c$ másodfokú függvény. Határozd meg a b és a c paraméter értékét, hogy:
- a. a függvény minimumának az értéke 1 legyen az $x = 2$ helyen

Haladóknak

7. Adott a valós számok halmazán értelmezett $f(x) = 2x^2 - bx + 18$ másodfokú függvény. (2156.)

- a. Milyen b érték esetén lesz a függvény egyik zérushelye $x = 3$
b. Milyen b értékek esetén nincs a függvénynek zérushelye?
c. Van-e olyan b érték, hogy a függvény minimumának értéke 10, az $x = 1$ helyen?

8. Az $m \cdot x^2 - (2m + 1) \cdot x + m - 3 = 0$ egyenletben határozzuk meg az m valós paraméter értékét úgy, hogy az egyenletnek: (2166)

- a. egy valós gyöke legyen. Mi lesz akkor az egyenlet megoldása?
b. két különböző valós megoldása legyen!
c. ne legyen valós megoldása!

9. Bizonyítsd be, hogy az $5x^2 - 2 \cdot (5k + 3) \cdot x + 5k^2 + 6k + 1 = 0$ egyenlet gyökeinek a különbsége k minden értékére ugyanakkora! (2166)

Megoldások:

2. $\frac{3}{5} \leq x \leq \frac{5}{7}$ $-9; -8; \dots 0$

3. a. $5; -\frac{3}{2}$ b. $3; -\frac{1}{6}$ egyik sem jó c. $\pm \frac{1}{5}$

4. $\frac{(3x+2)(x-5)}{(2x+3)(x-5)}$

5. $\frac{3}{2}$ és $\frac{25}{4}$

6. $b=-4$ $c=5$