

## A négyzetgyök azonosságai



1. Számológép használata nélkül dönts el, melyik a nagyobb! Állításodat indokold!

a.  $\frac{1}{3} \cdot \sqrt{54}$  vagy  $\frac{1}{5} \cdot \sqrt{125}$       b.  $\frac{5}{\sqrt{12-\sqrt{7}}}$  vagy  $4 \cdot \sqrt{3}$

2. Számold ki a következő kifejezés pontos értékét!

$$(\sqrt{80} - \sqrt{3} - \sqrt{45})(\sqrt{75} + \sqrt{5} - \sqrt{48}) =$$

3. Végezd el a számításokat!

a.  $(\sqrt{15 - \sqrt{56}} + \sqrt{15 + \sqrt{56}})^2 =$       b.  $\frac{(\sqrt{7} + \sqrt{3}) \cdot (20 - 2\sqrt{84})}{(\sqrt{7} - \sqrt{3})} =$

c.  $\sqrt{2 + \sqrt{3}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}} \cdot \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}}$  (859.b)

4. Add össze a következő törteket a változók lehetséges értékei mellett!

$$\frac{\sqrt{a} + 3}{\sqrt{a} + 2} - \frac{\sqrt{a} + 1}{\sqrt{a} - 2} + \frac{2 \cdot \sqrt{a} + 15}{a - 4} = \quad a \geq 0, a \neq 4$$

5. Határozd meg az alábbi kifejezések értelmezési tartományát! Ábrázold számegyenesen!

a.  $\sqrt{|x| - 3}$       b.  $\sqrt{x^2 - 2x + 1}$       c.  $\sqrt{x^2 - 8x + 7}$       d.  $\sqrt{\frac{x-2}{x+3}}$       e.  $\sqrt{\frac{x^2 - 7x + 6}{-x^2 + 11x - 24}}$

6. Bizonyítsd bel!

$$\frac{125 + 51 \cdot \sqrt{6}}{5 - \sqrt{6}} = \left( \frac{1}{5 - 2 \cdot \sqrt{6}} \right)^2$$

7. Számítsd ki a végeredményt számológép használata nélkül!

$$\sqrt{1 + 2006 \cdot \sqrt{1 + 2007 \cdot \sqrt{1 + 2008 \cdot \sqrt{1 + 2009 \cdot 2011}}} =$$

## Gondolkodtató négyzetgyökök:

1. Bizonyítsd be, hogy ha  $a \geq 4$  tetszőleges valós szám, akkor az alábbi kifejezés értéke egész szám: (885.)

$$\sqrt{\frac{2\sqrt{a}}{a} \cdot \left( \sqrt{4+a-4\sqrt{a}} + \sqrt{4+a+4\sqrt{a}} \right)}.$$

2. Bizonyítsd be az alábbi egyenlőtlenséget! (888.)

$$\sqrt{a^2-1} + \sqrt{a^2+1} + \sqrt{a^2-2} + \sqrt{a^2+2} + \dots + \sqrt{a^2-k} + \sqrt{a^2+k} < 2ka \quad \text{ahol } a^2 \geq k > 0$$

3. Határozd meg az alábbi kifejezés előjelét! (894.)

$$\sqrt{2015 + \sqrt{2015^2 - b^2}} - \sqrt{2015 - \sqrt{2015^2 - b^2}} - \sqrt{6}$$

4. Mekkora legyen az  $a > 1$  paraméter értéke, hogy az alábbi kifejezés értelmezési tartománya pontosan 5 db prímszámot tartalmazzon? (892.)

$$\frac{\sqrt{-4x^2 + 2(a+1)x - a}}{\sqrt{x^2 - 12x + 35}}$$

## Megoldások:

1. a. az első                      b. a második  
2. 2  
3. a. 56                      b. 8                      c. 1  
4.  $\frac{7}{a-4}$   
5. a.  $|x| \geq 3$     b.  $x \in R$     c.  $x \leq 1$  vagy  $x \geq 7$     d.  $x \geq 2$  vagy  $x < -3$     e.  $1 \leq x \leq 3$  vagy  $6 \leq x \leq 8$   
6. igaz  
7. 2011

## Gondolkodtatók:

1. 2  
2. *Ötlet: Használd a számtani és a négyzetes közép közti egyenlőtlenséget!*  
3. ha  $|b| < 2012$  akkor pozitív, ha  $|b| = 2012$  akkor 0, ha  $2012 < |b| \leq 2015$  akkor negatív  
4.  $34 \leq a < 38$