

## Mértani sorok

1. Írd fel  $\frac{a}{b}$  alakban ( $a, b \in \mathbb{Z}$  és  $b \neq 0$ ) a következő tizedes törteket!

- a.  $1,2\dot{5}2525\dots$     b.  $0,4\dot{9}$ ;    c.  $13,7\dot{2}9$ ;    d.  $6,8\dot{1}4$ .    e.  $123,145\dot{4}\dot{3}$     f.  $6,\dot{9}$

2. Mi az összege a következő mértani soroknak?

a.  $80 + 60 + \dots$ ;    b.  $60 + 80 + \dots$ ;    c.  $1 - \frac{\sqrt{2}}{2} + \dots$ ;    d.  $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2} + \dots$ ;

A d) sornál állapítsd meg, hogy az  $x$ -nek milyen feltételt kell kielégítenie, hogy a sornak legyen összege!

3. Egy útépitő brigád egy bekötő utat aszfaltoz. Az induló (0.) napon 800 m utat tudnak leaszfaltozni. Azonban minden nap az előző napinak csak a 90%-át képesek elkészíteni. Tehát az 1. napon csak 720 m-t, a 2. napon 648 m-t, stb. Mekkora az a maximális úthossz, amelyet ez a brigád (akár az idők végezetéig) egyáltalán képes elkészíteni?

4. Ha egy adott AB szakaszt szemmértékkel akarunk harmadolni, akkor úgy is eljárhatunk, hogy váltakozva balra ill. jobbra (ugyancsak szemmértékkel) felezzük a szakaszokat. Igazold, hogy az így adódott felezőpontok az AB szakasz harmadolópontjához közelítenek!

5. Az  $a$  oldalhosszúságú négyzet szomszédos oldalainak a felezőpontjait kössük össze egyenes szakaszokkal! Négyzetet kapunk. Ennek az oldalait újból felezzük meg, és a szomszédos oldalak felezőpontjait összekötve ismét négyzetet kapunk. Folytassuk gondolatban megállás nélkül az eljárást. Számítsuk ki az összes négyzet kerületének, illetve területének az összegét!

6. Egység sugarú körbe szabályos hatszöget írunk. Kiválasztjuk a hatszög egyik csúcsát, és ebből húzzunk merőlegest a szomszédos csúcsba vezető sugárra. A merőleges talppontjából újból merőlegest állítunk a következő csúcsba vezető sugárra. Gondolatban tovább folytatva az eljárást, számítsuk ki a kapott töröttvonal hosszúságát!

7. Egységnyi oldalhosszúságú négyzetet 9 egybevágó négyzetre osztottunk, és az egyik részt levágtuk. A megmaradt 8 egybevágó négyzet mindegyikét ismét 9-9 egybevágó négyzetre osztjuk, és mind a 8 négyzetből egy-egy négyzetet kivágtunk. Az eljárást gondolatban vég nélkül folytatva, az eredeti négyzetből mekkora rész marad meg? (Sierpiński-szőnyeg)

Step 0: Initiator



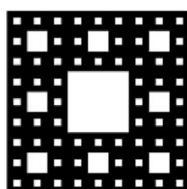
Step 1: Generator



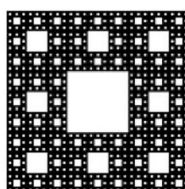
Step 2



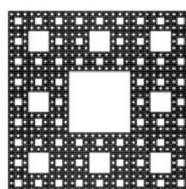
Step 3



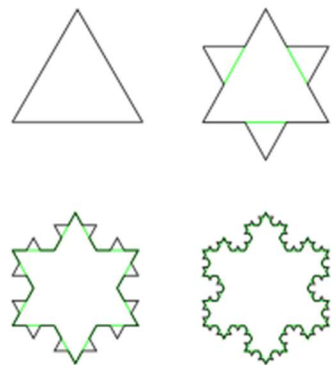
Step 4



Step 5



8. ♥ Egy egységnyi oldalú szabályos háromszög minden oldalát három egyenlő részre bontottuk, majd a középső szakaszok fölé kifelé szabályos háromszögeket emeltünk. Ezzel egy „csillag” keletkezett. Ismételjük meg ezt az eljárást a kapott sokszög minden oldalára. Folytatva az eljárást a „végtelenségig” mekkora lesz a kapott síkidom kerülete, illetve területe? (Koch-féle hópehely)



9. ♥ Tekintsünk egy  $60^\circ$ -os szög szárait érintő egységsugarú kört! Ez egy körsorozat 0. eleme. A következő elem, legyen az a kör, mely a szög szárait és az előző kört érinti oly módon, hogy az új kör középpontja az előző kör és a szög csúcsa közé essen. A következő elem, legyen az a kör, mely a szög szárait és az előző kört érinti oly módon, hogy az új kör középpontja az előző kör és a szög csúcsa közé essen. Stb... Ily módon rekurzívan definiálunk egy végtelen körsorozatot. Mekkora e körsorozat összes területe?

