

Racionális, irracionális számok

1. Írd fel két egész szám hányadosaként!

a. $3,142$ b. $3,14\dot{2}$ c. $3,14\dot{2}$ d. $3,14\dot{2}$

2. Az egység ismeretében szerkessz $\sqrt{7}$ és $\sqrt{10}$ hosszúságú szakaszt!

3. Adj meg két racionális és két irracionális számot, mely 5,99 és 6 között van.

4. Az egységnyi hosszú szakasz ismeretében szerkeszd meg a $\frac{2}{3}$ illetve az $\frac{5}{7}$ hosszúságú szakaszokat!

Összemérhetőek-e?

5. Bizonyítsd be, hogy a $\sqrt{7}$ irracionális szám.

Négyzetgyökvonás és azonosságai

6. Végezzük el a következő műveleteket:

a) $\sqrt{18} \cdot \sqrt{2}$; b) $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$; c) $\sqrt{7} \cdot \sqrt{28}$; d) $\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{7}}$;
 e) $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}}$; f) $\sqrt{75} \cdot \sqrt{3}$; g) $\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{5}}$; h) $\sqrt{45} \cdot \sqrt{5}$;
 i) $\frac{\sqrt{3^3}}{\sqrt{3}}$; j) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{5^3}$; k) $\sqrt{2^5} \cdot \sqrt{2^3}$; l) $\frac{\sqrt{7^3}}{\sqrt{7^5}}$;
 m) $\sqrt{7^3} \cdot \sqrt{7^5}$; n) $(\sqrt{11})^3 \cdot \sqrt{11}$; o) $\frac{(\sqrt{3})^7}{(\sqrt{3})^3}$; p) $\sqrt{2} \cdot (\sqrt{8} - \sqrt{2})$;
 q) $\sqrt{3} \cdot (\sqrt{27} + \sqrt{3})$.

7. A műveletek elvégzésével döntsük el, hogy melyik szám a nagyobb:

a) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{10}$ vagy $\sqrt{15} \cdot \sqrt{3}$; b) $\sqrt{11} \cdot \sqrt{7}$ vagy $\sqrt{6} \cdot \sqrt{13}$;
 c) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{10}$ vagy $\frac{\sqrt{40}}{\sqrt{2}}$; d) $\frac{\sqrt{140}}{\sqrt{7}}$ vagy $\sqrt{3} \cdot \sqrt{7}$;
 e) $\frac{\sqrt{65}}{\sqrt{5}}$ vagy $\sqrt{7} \cdot \sqrt{2}$; f) $\frac{\sqrt{180}}{\sqrt{6}}$ vagy $\frac{\sqrt{150}}{\sqrt{5}}$;
 g) $\frac{\sqrt{184}}{\sqrt{8}}$ vagy $\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{60}}{\sqrt{5}}$; h) $\frac{(\sqrt{3})^5}{\sqrt{6}} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}}$ vagy $\sqrt{\frac{18}{5}} \cdot \frac{\sqrt{5^3}}{\sqrt{15}}$;
 i) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{27}} \cdot \sqrt{\frac{6^3}{128}} \cdot \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{10}}$ vagy $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{5}} \cdot \sqrt{\frac{15^3}{135}} \cdot \frac{1}{\sqrt{125}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3^3}}$.

8. Végezzük el a következő műveleteket:

a) $\sqrt{5 - \sqrt{21}} \cdot \sqrt{5 + \sqrt{21}}$; b) $\sqrt{\sqrt{29} + 2} \cdot \sqrt{\sqrt{29} - 2}$;
 c) $\sqrt{7 + \sqrt{24}} \cdot \sqrt{7 - \sqrt{24}}$; d) $\sqrt{\sqrt{19} - \sqrt{3}} \cdot \sqrt{\sqrt{19} + \sqrt{3}}$;
 e) $\sqrt{\sqrt{31} - \sqrt{6}} \cdot \sqrt{\sqrt{31} + \sqrt{6}}$; f) $(\sqrt{2 - \sqrt{3}} + \sqrt{2 + \sqrt{3}})^2$;
 g) $(\sqrt{8 - \sqrt{15}} + \sqrt{8 + \sqrt{15}})^2$; h) $(\sqrt{11 + \sqrt{21}} - \sqrt{11 - \sqrt{21}})^2$;
 i) $(\sqrt{15 - \sqrt{56}} + \sqrt{\sqrt{56} + 15})^2$; j) $(\sqrt{\sqrt{89} - \sqrt{8}} - \sqrt{\sqrt{89} + \sqrt{8}})^2$;
 k) $(\sqrt{\sqrt{41} - \sqrt{5}} - \sqrt{\sqrt{41} + \sqrt{5}})^2$.

9. Végezzük el a következő műveleteket:

a) $(\sqrt{6} + 3) \cdot (2 + 3 \cdot \sqrt{6})$;

c) $(\sqrt{10} + 3) \cdot (\sqrt{10} - 3)$;

e) $(\sqrt{17} - \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{17} + \sqrt{3})$;

g) $(3 \cdot \sqrt{2} - 4)^2$;

i) $(5 - 2 \cdot \sqrt{5})^2$;

b) $(2 \cdot \sqrt{2} - 1) \cdot (3 + \sqrt{2})$;

d) $(\sqrt{13} - 1) \cdot (\sqrt{13} + 1)$;

f) $(4 \cdot \sqrt{2} + 2 \cdot \sqrt{7}) \cdot (4 \cdot \sqrt{2} - 2 \cdot \sqrt{7})$;

h) $(6 + 2 \cdot \sqrt{3})^2$;

j) $(\sqrt{7} + 2 \cdot \sqrt{3})^2$.

10. A kifejezések átalakításával döntsük el, hogy melyik szám a nagyobb:

a) $5 \cdot \sqrt{3}$ vagy $6 \cdot \sqrt{2}$;

c) $10 \cdot \sqrt{5}$ vagy $9 \cdot \sqrt{6}$;

e) $3 \cdot \sqrt{8}$ vagy $6 \cdot \sqrt{2}$;

g) $\frac{\sqrt{72}}{6}$ vagy $\frac{\sqrt{200}}{10}$;

i) $\frac{\sqrt{70}}{10}$ vagy $\frac{\sqrt{6}}{3}$;

b) $6 \cdot \sqrt{3}$ vagy $7 \cdot \sqrt{2}$;

d) $3 \cdot \sqrt{11}$ vagy $2 \cdot \sqrt{23}$;

f) $8 \cdot \sqrt{7}$ vagy $15 \cdot \sqrt{2}$;

h) $\frac{\sqrt{120}}{4}$ vagy $\frac{\sqrt{190}}{5}$;

j) $\frac{\sqrt{21}}{3}$ vagy $\frac{2 \cdot \sqrt{15}}{5}$.

2107 Gyöktelenítsük a következő törtek nevezőjét:

a) $\frac{4}{\sqrt{5}}$;

b) $\frac{9}{\sqrt{2}}$;

c) $\frac{12}{\sqrt{3}}$;

d) $\frac{21}{\sqrt{7}}$;

e) $\frac{3}{2 \cdot \sqrt{6}}$;

f) $\frac{6}{5 \cdot \sqrt{3}}$;

g) $\frac{14}{3 \cdot \sqrt{7}}$;

h) $\frac{13}{3 \cdot \sqrt{10}}$;

i) $\frac{y}{\sqrt{x}}$;

j) $\frac{5x}{2 \cdot \sqrt{x}}$;

k) $\frac{a}{3 \cdot \sqrt{y}}$;

l) $\frac{y}{5 \cdot \sqrt{y}}$.

2108 Gyöktelenítsük a következő törtek nevezőjét:

a) $\frac{8}{\sqrt{5} + 2}$;

b) $\frac{12}{\sqrt{3} - 1}$;

c) $\frac{15}{2 - \sqrt{7}}$;

d) $\frac{10}{\sqrt{6} + 1}$;

e) $\frac{22}{2 \cdot \sqrt{3} - 1}$;

f) $\frac{11}{3 \cdot \sqrt{2} - \sqrt{17}}$;

g) $\frac{10}{4 \cdot \sqrt{2} + 3 \cdot \sqrt{3}}$;

h) $\frac{67}{5 \cdot \sqrt{7} - 6 \cdot \sqrt{3}}$;

i) $\frac{2 \cdot \sqrt{5} + 3 \cdot \sqrt{2}}{2 \cdot \sqrt{5} - 3 \cdot \sqrt{2}}$;

j) $\frac{5}{\sqrt{x} + 1}$;

k) $\frac{a}{\sqrt{a} - 1}$;

l) $\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$.

2111 Melyik szám a nagyobb?

a) $\frac{1}{\sqrt{6} - \sqrt{5}}$ vagy $2 \cdot \sqrt{6}$;

b) $3 \cdot \sqrt{3}$ vagy $\frac{7}{\sqrt{12} - \sqrt{5}}$.

2112 Végezzük el a következő műveleteket:

a) $\frac{(\sqrt{7} + \sqrt{3}) \cdot (20 - 2 \cdot \sqrt{84})}{\sqrt{7} - \sqrt{3}}$;

b) $\left(\frac{6}{\sqrt{5} + 2} + \frac{2}{\sqrt{20} - 4} \right) \cdot (10 + 7 \cdot \sqrt{5})$.

2113 Számítsuk ki a következő kifejezések értékét, ha $x = \frac{1}{5}$:

a) $\frac{\sqrt{x} + 2}{3 + \sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 3}$;

b) $\frac{3 \cdot \sqrt{x} + 1}{2 \cdot \sqrt{x} - 5} + \frac{3 \cdot \sqrt{x} - 1}{5 + 2 \cdot \sqrt{x}}$.