

## Húrnégyszögek, érintőnéyszögek

### Hf:

1. Egy hegyesszögű háromszög tetszőleges belső pontjából állítsunk merőlegeseket az oldalakra. A kapott három szakasz három négyszögre bontja a háromszöget. Mit mondhatunk ezekről a négyszögekről?
2. Az ABC háromszög köré írt kör A pontbeli érintőjével párhuzamos egyenes metszi az AB oldalt a D, az AC oldalt az E pontban. Mutassuk meg, hogy a BCED négyszög húrnégyszög!
1. Egy húrnégyszög valamilyen módon kiválasztott három darab szögének aránya 3:5:7. Mekkora lehetnek a szögei?
2. A speciális négyszögek közül sorold fel azokat amelyek a) húrnégyszögek; b) érintőnéyszögek.
3. Valamely ABC háromszögnél az A és B csúcsból induló szögfelezőknek a szemközti oldallal alkotott metszéspontjai, a beírt kör középpontja és a C csúcsa egy körre illeszkednek. Határozzuk meg a háromszög C csúcsánál levő szögét!
4. Bizonyítsd be, hogy a háromszög magasságpontjának az egyik oldal felezőpontjára vonatkozó tükörképe illeszkedik a háromszög köré írt körére.
5. Igazold, hogy ha egy konvex négyszög belső szögfelezői négyszöget fognak közre, akkor ez a szögfelezők által meghatározott négyszög húrnégyszög.
6. Mekkora távolságra van a 4 cm sugarú kör középpontjától a 120 fokos középponti szögű ív végpontjait összekötő húr?
7. Egy kört egy húrja két ívre vágja. Az egyik ív pontjaiból a húr 128 fokos szögben látszik. Mekkora a másik ív pontjaiból a húr látószöge?
8. Egy pontból a körhöz húzott két érintő 67 fokos szöget zár be. Mekkora szögben látszik az érintési pontokat összekötő húr a kör pontjaiból?

### Körhöz húzott érintő és szelőszakaszok tétele

1. Egy kör két húrja 3 és 8 cm hosszú. A két húr nem metszi egymást, a rá illeszkedő egyenesek azonban igen. A két szelő metszéspontjához 12 cm-re van a rövidebb húr közelebbi végpontja. Milyen távol van a metszésponttól a másik húr két végpontja? Milyen hosszú a metszéspontból a körhöz húzott érintőszakasz?
2. Azonos középpontú R és r sugarú ( $R > r$ ) körünk van. Igaz-e, hogy az R sugarú kör bármely P pontjából a kisebb körhöz húzott bármely szelőre, amely a kisebb kört az A és a B pontban metszi, fennáll a  $PA \cdot PB = R^2 - r^2$  egyenlőség?
3. A kör AB és CD húrja az M pontban metszi egymást. Bizonyítsuk be, hogy fennáll az  $AM \cdot BM = CM \cdot DM$  egyenlőség! Milyen kapcsolatban van az előző egyenlőség a derékszögű háromszögű háromszögek magasságtétele?
4. A kör egy húrját a O pont 6 cm és 54 cm hosszúságú szakaszra bontja. Számítsd ki a P pontra illeszkedő legrövidebb húr hosszát!
5. Két kör kerületének összege  $25\pi$  cm, területének összege  $79,25\pi$  cm<sup>2</sup>. Számítsd ki a sugarak hosszúságát!
6. Ha egy körlapból maximális területű szabályos a) hatszöget b) nyolcszöget vágunk ki, akkor a hulladék hány százaléka lesz a körlap területének?
7. Az a oldalú szabályos háromszög egyik csúcsából  $\frac{2a}{3}$ , a másik két csúcsából  $\frac{a}{3}$  sugárral köríveket rajzolunk. A szabályos háromszög területének hány százaléka a három körívvel és egy szakasszal határolt terület?

### Vegyes feladatok

8. Bizonyítsd be, hogy a háromszög magasságpontjának az oldalakra vonatkozó tükörképei rajta vannak a háromszög köré írt körön!
9. Kössük össze a háromszög magasságpontját a csúcsokkal. Így az eredetivel együtt 4 háromszög keletkezik. Bizonyítsd be, hogy ezen körök sugarai megegyeznek!
10. Van olyan deltoid, amely húr-, és érintőnéyszög is egyben. Mi a feltétele ennek?
11. Igazold, hogy a rombusz beírható körének az oldalakkal való érintési pontjai téglalapot határoznak meg!
12. Szerkessz érintőnéyszöget, ha adott a beírt kör sugara, két oldalának a hossza, és az adott oldalak bezárt szöge!
13. Egy érintőnéyszög három oldala (ebben a sorrendben) 3, 4, 5 cm. Mekkora a negyedik oldal?
14. Szerkesszünk húrnégyszöget, ha adott három oldala és két ismert oldalának a szöge!
15. Rajzoljunk két kívülről érintkező kört, és az érintési ponton át két szelőt. Bizonyítsd be, hogy a szelők egy-egy körrel való második metszéspontjait összekötő hurok párhuzamosak.